Pedro Odon

Questões Resolvidas de Matemática: Vestibular & Enem - Volume I

EDITORA
CIÊNCIA MODERNA

Questões Resolvidas de Matemática: Vestibular & Enem - Volume I

Editor: Paulo André P. Marques
Produção Editorial: Aline Vieira Marques
Assistente Editorial: Lorena Fernandes
Capa: Cristina Satchko Hodge
Copidesque: Lorena Fernandes

FICHA CATALOGRÁFICA

ODON, Pedro Ivo.

Questões Resolvidas de Matemática: Vestibular & Enem - Volume I

Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna Ltda., 2013.

1. Matemática.

I — Título

ISBN: 978-85-399-0484-6 CDD 510

Editora Ciência Moderna Ltda.
R. Alice Figueiredo, 46 – Riachuelo
Rio de Janeiro, RJ – Brasil CEP: 20.950-150
Tel: (21) 2201-6662/ Fax: (21) 2201-6896
E-MAIL: LCM@LCM.COM.BR
WWW.LCM.COM.BR

04/13

Sumário

Lista de Figuras

Capítulo 1

Álgebra

1.1 Conjuntos e Números

1.1.1 Exercícios Resolvidos

1. (UFAC/2010/Questão 48) Uma empresa de terraplanagem, comprometida com a causa ambiental, usa 10% de borracha de pneus velhos na produção de cada metro cúbico de asfalto. O material de um pneu aro 15 triturado equivale, em média, a 0,012 m^3. Se, em média, um pneu aro 13, fornece o equivalente a 79% do material de um pneu aro 15, a média de pneus aro 13 que essa empresa usa para asfaltar 7 km de uma estrada, cobrindo-os com uma camada de 12 m de largura e 7 cm de espessura, é mais próxima de:

(A) 27.600

(B) 19.600

(C) 62.050

(D) 70.000

(E) 37.500

Solução 1.1.1. *Sejam x a média de um pneu aro 13 utilizado na produção de cada metro cúbico de asfalto, e y, a média de um pneu aro 15* *utilizado na produção de cada metro cúbico de asfalto. Conclui-se que 79% do material de um pneu aro 15 equivale a*

$$\begin{aligned} x &= 0,79 \times y \\ &= 0,79 \times 0,012 \\ &= 0,00948\ m^3. \end{aligned}$$

Utilizando 10% *de borracha de pneus velhos na produção de cada metro cúbico, cada pneu preenche*

$$0,1 \times 0,00948 = 0,000948\ m^3$$

de estrada. Assim, para uma estrada de volume $V = \left(7\ \cancel{k}m \times \frac{1.000m}{1\cancel{k}m}\right) \times 12\ m \times \left(7\ \cancel{c}m \times \frac{1\ m}{100\cancel{c}m}\right) = 5880\ m^3$*, o número* z *de pneus utilizados por esta empresa será de:*

$$1\ pneu \longrightarrow 0,000948\ m^3$$

$$z \longrightarrow 5880\ m^3$$

$$\boxed{\textit{(C)} \quad z \cong 62.025\ pneus.}$$

2. **(UNIVASF/2009/Questão 03)** Se, ao adicionarmos x ao numerador e subtrairmos x do denominador da fração $\frac{a}{b}$, com a e b reais, obtemos a fração $\frac{c}{d}$, com c e d reais e $c \neq -d$, qual o valor de x?

   (A) $\frac{bc+ad}{c+d}$

   (B) $\frac{ab+cd}{c+d}$

   (C) $\frac{bc-ad}{c+d}$

   (D) $\frac{ab-cd}{c+d}$

   (E) $\frac{bd+ac}{c+d}$

Solução 1.1.2. *Tem-se*

$$\begin{aligned} \tfrac{a+x}{b-x} &= \tfrac{c}{d} \\ cb - xc &= ad + xd. \end{aligned}$$

Resolvendo para x:

$$x(c+d) = bc - ad$$

$$\boxed{\textit{(C)} \quad x = \tfrac{bc-ad}{c+d}.}$$

3. **(UNIVASF/2009/Questão 10)** Quantos são os divisores naturais do número $1.003.003.001 = (10^3+1)^3$?

(A) 64

(B) 60

(C) 56

(D) 52

(E) 48

Solução 1.1.3. *Fatorando a expressão do enunciado, tem-se*

$$\begin{aligned} (10^3+1) &= 1001 \\ &= 7 \cdot 11 \cdot 13. \end{aligned}$$

Portanto, decorre da expressão acima que

$$(10^3+1)^3 = 7^3 \cdot 11^3 \cdot 13^3.$$

Note que os números formados pela combinação dos 9 *números que fatoram* 1.003.003.001 *são também divisores naturais deste. Assim, a quantidade de divisores naturais é dado pelo expoentes* 3 *de* 7*,* 3 *de* 11 *e* 3 *de* 13*, ou seja*

$$(3+1)(3+1)(3+1) \quad = \quad 4 \cdot 4 \cdot 4$$

$$\boxed{\textit{(A)} \qquad = 64.}$$

4. (UFPI/2010-1/Questão 21) O Diretor de uma tradicional escola da cidade de Teresina resolveu fazer uma pesquisa de opinião junto aos seus 590 alunos do Ensino Médio, sobre as políticas públicas de acesso ao Ensino Superior. No questionário, perguntava-se sobre a aprovação de: Cotas, Bolsas e ENEM, como modelo de exame vestibular. As respostas dos alunos foram sintetizadas na tabela abaixo:

Política Pública	Cotas	Bolsas	ENEM	Cotas e Bolsas	Bolsas e ENEM	Cotas e ENEM	Cotas, Bolsas e ENEM
Número de aprovações	226	147	418	53	85	116	44

Sobre a pesquisa e a tabela acima, é correto afirmar que:

(A) a quantidade de alunos que não opinaram por nenhuma das três políticas é 12.

(B) a quantidade de alunos que aprovam apenas uma política pública é 415.

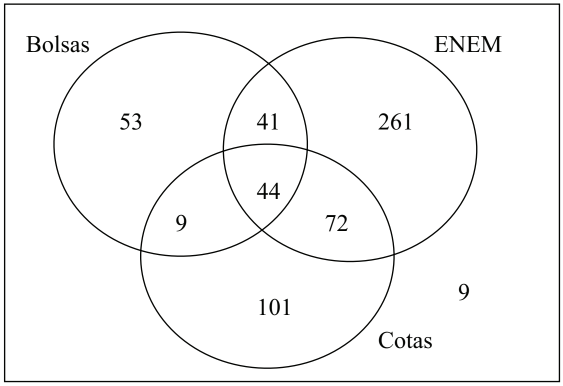
(C) a quantidade de alunos que aprovam mais de uma política é 167.

(D) a quantidade de alunos que aprovam as três políticas é 45.

(E) há mais alunos que aprovam Cotas do que alunos que aprovam somente o ENEM.

Solução 1.1.4. *Pelo diagrama de Venn abaixo, conclui-se que a quantidade de alunos que aprovam apenas uma política pública é igual a*

$$\boxed{\textit{(B)} \qquad 261 + 53 + 101 = 415.}$$



5. (UFAL/2010.2/Questão 10) Uma herança de R$ 165.000,00 deve ser dividida entre três herdeiros: Álvaro, Beatriz e Carmem. O valor que caberá a Beatriz corresponde à metade da soma do que receberão Álvaro e Carmem. Além disso, a diferença entre o que receberá Carmem e o que receberá Álvaro é de R$ 20.000,00. Quanto receberá Carmem?

(A) R$ 50.000,00

(B) R$ 55.000,00

(C) R$ 60.000,00

(D) R$ 65.000,00

(E) R$ 70.000,00

Solução 1.1.5. *Sejam x, y e z os valores da herança de Álvaro, Beatriz e Carmen respectivamente.*

Sendo a soma das heranças igual a $x+y+z = R\$\ 165.000,00$, a herança y de Beatriz igual à metade das heranças somadas de Álvaro e Carmem, ou seja, $y = \frac{x+z}{2}$, e a diferença $z - x$ entre as heranças de Carmem e Álvaro igual a $R\$\ 20.000,00$, monta-se o sistema,

$$\begin{cases} x + y + z = 165.000 \\ y = \frac{x+z}{2} \\ -x + z = 20.000. \end{cases}$$

Substituindo a segunda equação do sistema na primeira, obtém-se um novo sistema equivalente de duas equações e duas variáveis:

$$\begin{cases} x + \frac{x+z}{2} + z = 165.000 \\ -x + z = 20.000. \end{cases}$$

Somando as equações

$$\begin{cases} x + z = 110.000 \\ \qquad\qquad\qquad + \\ -x + z = 20.000, \end{cases}$$

obtém-se $2z = 130.000$. *Assim, Carmem receberá*

$$\boxed{\textbf{\textit{(D)}} \quad z = R\$\ 65.000,00.}$$

6. (UFAM/2010/Questão 53) Uma empresa distribuirá cestas básicas para seus funcionários. Se cada funcionário receber 10 cestas, sobrarão 36 delas; se cada um receber 12 cestas faltarão 10. A quantidade de funcionários desta empresa é:

(A) 22

(B) 23

(C) 120

(D) 260

(E) 266

Solução 1.1.6. *Sejam* x *o número de funcionários da empresa e* y *o número total de cestas básicas distribuídas pela empresa.*

Sendo $10x$ *o número de cestas distribuídas pela empresa para todos os seus funcionários, e* 36 *o total de cestas que sobram, então o número total de cestas é* $y = 10x + 36$. *E se cada funcionário receber* 12 *cestas, o número de cestas distribuídas pela empresa é igual a* $12x$. *Faltando* 10 *cestas, o número total de cestas é igual a* $y = 12x - 10$. *Montando o sistema,*

$$\begin{cases} y = 10x + 36 \\ y = 12x - 10 \end{cases}$$

e igualando as equações, tem-se

$$12x - 10 = 10x + 36.$$

Resolvendo para x, o número de funcionários da empresa é:

$$\boxed{\textit{(B)} \quad x = 23.}$$

7. (UFOP/2009/Questão 11) A concentração do álcool na gasolina brasileira, segundo o CNP — Conselho Nacional de Petróleo —, é de 25%. Certo posto de gasolina foi interditado após a fiscalização determinar que a gasolina possuía concentração de 30% de álcool. Havia nesse posto um estoque de 80.000 litros dessa gasolina adulterada. O número de litros de gasolina pura que deve ser adicionado a esse estoque de modo a se obter uma mistura com 25% de álcool é:

(A) 16.000

(B) 20.000

(C) 24.000

(D) 30.000

Solução 1.1.7. *Sejam x a quantidade de litros de gasolina pura adicionados em um posto de gasolina e y a quantidade de litros de álcool. Sendo a concentração de álcool neste posto 30% de um estoque de 80.000 litros, y é igual a*

$$\begin{aligned} y &= 0,3 \times 80.000 \\ &= 24.000\ l. \end{aligned}$$

Para que a concentração de álcool neste posto condiza com a determinação do CNP, 24.000 l devem corresponder a 25% ou $\frac{1}{4}$ do número total de *litros de gasolina adulterada. Portanto, o número de litros de gasolina pura que deve ser adicionado é:*

$$x = 4 \times y - 80.000$$

$$\boxed{\textbf{\textit{(A)}} \quad x = 16.000\ l.}$$

8. (UNIVASF/2009/Questão 01) Para revestir o piso do seu quarto, que tem forma retangular, com lajotas iguais, Júnior utilizou 7 caixas de lajota. Agora, ele pretende revestir o piso da sala, que também tem forma retangular, com o dobro do comprimento do quarto, e o triplo da largura do quarto. Quantas caixas de lajota serão necessárias para revestir a sala?

(A) 35

(B) 36

(C) 38

(D) 40

(E) 42

Solução 1.1.8. *Sejam a e b o comprimento e a largura do quarto respectivamente. Se para uma área ab foram utlizadas 7 caixas de lajota, para uma área $2a \cdot 3b = 6ab$ serão utilizadas:*

$$ab \longrightarrow 7$$

$$6ab \longrightarrow x$$

$$xab = 42ab$$

$$\boxed{\textbf{\textit{(E)}} \quad x = 42\ caixas.}$$

9. (UNIVASF/2009/Questão 02) Um produto podia ser comprado, há algum tempo atrás, por 80% do seu valor atual. Qual o aumento percentual sofrido pelo preço do produto neste período de tempo?

(A) 20%

(B) 23%

(C) 24%

(D) 25%

(E) 28%

Solução 1.1.9. *Seja y o valor atual do produto. O aumento percentual x sobre o produto é dado por:*

$$\begin{aligned}
\overbrace{80\% \cdot y}^{valor\ passado} + \overbrace{x \cdot 80\% \cdot y}^{aumento\ sofrido} &= \overbrace{y}^{valor\ atual}\\
0,80y + 0,80xy &= y\\
0,80x \cancel{y} &= 0,20 \cancel{y}\\
x &= \tfrac{1}{4}
\end{aligned}$$

$$\boxed{\textbf{\textit{(D)}} \quad x = 25\%.}$$

10. (UFPE/2009/Questão 64) Se treze datilógrafos de mesma capacidade digitam treze mil e treze símbolos em treze minutos, quantos símbolos são digitados por cada um deles em um minuto?

(A) 77

(B) 71

(C) 65

(D) 59

(E) 55

Solução 1.1.10. *A quantidade de símbolos digitadas é diretamente propocional ao número de datilógrafos, e ao tempo gasto para digitá-las. Assim, monta-se as relações de proporcionalidade:*

símbolos	*tempo*	*datilógrafos*
$13.013 \Downarrow$	$13\ min \Downarrow$	$13 \Downarrow$
x	$1\ min$	$1.$

Portanto,

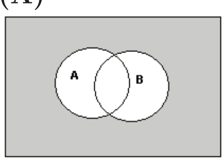
$$\frac{13.013}{x} = \frac{13}{1} \times \frac{13}{1}$$

e a quantidade de símbolos digitadas por cada datilógrafo em um minuto é igual a

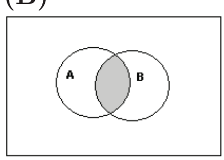
$$\boxed{\textbf{\textit{(A)}} \quad x = 77.}$$

11. (FURG/2008/Questão 16) As figuras abaixo representam diagramas de Venn de dois conjuntos arbitrários A e B. Assinale a alternativa que representa o diagrama de Venn no qual $(A \cap B^C)$ está sombreado.

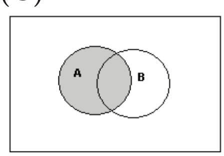
(A)



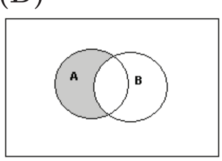
(B)



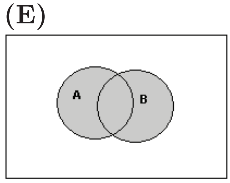
(C)



(D)



(E)



Solução 1.1.11. *Seja* $B^C = U - B$ *o conjunto complementar de* B*, onde* U *é o conjunto universal que contém todos os objetos. Desta forma, a área hachurada em cada alternativa é representada por:*

(A) $(A \cup B)^C$

(B) $A \cap B$

(C) A

$\boxed{\textbf{\textit{(D)}} A \cap B^C}$

(E) $A \cup B$

12. (UFPI/2010-2/Questão 25) Maria comprou um par de sandálias, uma blusa e um short pagando o total de R$ 65,00. Se tivesse comprado um par de sandálias, duas blusas e três shorts teria gasto R$ 100,00. Considerando-se os mesmos preços, quanto Maria gastaria para comprar dois pares de sandálias, cinco blusas e oito shorts?

(A) R$ 220,00

(B) R$ 225,00

(C) R$ 230,00

(D) R$ 235,00

(E) R$ 240,00

Solução 1.1.12. *Sejam* x, y *e* z *o número de par de sandálias, blusas e shorts respectivamente. Os gastos de Maria podem ser expressos pelo sistema*

$$\left\{\begin{array}{ccccccc} x & + & y & + & z & = & 65 \\ x & + & 2y & + & 3z & = & 100. \end{array}\right.$$

O sistema acima é possível e indeterminado, já que possui três variáveis e somente duas equações. Isto implica que, para encontrar uma solução única, uma terceira equação é necessária.

Considerando os mesmos preços, extrai-se a terceira equação da compra de dois pares de sandálias, cinco blusas e oito shorts. O novo sistema se escreve:

$$\begin{cases} x + y + z = 65 \\ x + 2y + 3z = 100 \\ 2x + 5y + 8z = Total. \end{cases}$$

Reescrevendo a terceira equação como

$$\begin{aligned} 2x+5y+8z &= (2x+2y+2z)+(3y+6z) \\ &= 2\underbrace{(x+y+z)}_{I}+3\underbrace{(y+2z)}_{II}, \end{aligned}$$

note que o resultado de I é o valor da primeira equação do sistema, ou seja, R\$ 65,00, e o resultado da expressão II é obtido subtraindo a segunda equação do sistema da primeira, ou seja,

$$\begin{cases} x + 2y + 3z = 100 \\ \\ x + y + z = 65 \end{cases} -$$

$$\overline{\qquad y + 2z = 35.}$$

Substituindo os valores acima na terceira equação, tem-se

$$\begin{aligned} 2x+5y+8z &= 2\times 65+3\times 35 \\ &= 235. \end{aligned}$$

Portanto, Maria gasta

$$\boxed{\textit{(D)} \quad R\$\ 235,00.}$$

13. (UFRN/2010/Questão 39) Uma escola de ensino médio tem 3.600 estudantes, assim distribuídos:

1200 cursam o 1° ano, 1200 cursam o 2° ano, e 1200 cursam o 3° ano; de cada série, metade dos estudantes são do sexo masculino e metade do sexo feminino; de cada sexo, metade dos estudantes estuda Inglês e metade estuda Francês.

Considere que, em cada série, a quantidade de alunos de Inglês e de Francês é a mesma. O número de estudantes dessa escola que estão cursando o 3° ano ou que não estudam Francês é:

(A) 3.000

(B) 600

(C) 1.200

(D) 2.400

Solução 1.1.13. *Montando a tabela referente as informações do problema, vemos que o número de estudantes dessa escola que estão cursando o 3° ano, ou que não estudam Francês é*

$$\boxed{\textit{(D)} \quad 1200 + 1200 = 2400.}$$

Alunos	*1° ano*	*2° ano*	*3° ano*
Masculino	*600*	*600*	*600*
Feminino	*600*	*600*	*600*
Inglês	*600*	*600*	*600*
Francês	*600*	*600*	*600*

14. (UFV/2010/Questão 61) O número n de aulas de Matemática, Geografia e Inglês corresponde a 2/5 do total de aulas que Beatriz tem durante a semana. Sabendo que Beatriz tem ainda 24 aulas de outras matérias durante a semana, conclui-se que n é igual a:

(A) 16

(B) 18

(C) 12

(D) 14

Solução 1.1.14. *Sejam n o número de aulas de Matemática, Geografia e Inglês, x o número de aulas de outras matérias, e T o total de aulas* *durante a semana. Logo o número n de aulas de Matemática, Geografia e Inglês é* $\frac{2}{5}$ *de* T*; e 24 é o número* x *de aulas restantes de outras matérias. Então monta-se o sistema*

$$\begin{cases} x + n = T \\ n = \frac{2}{5}T \\ x = 24. \end{cases}$$

Substituindo a terceira equação na primeira, obtém-se um novo sistema solúvel de duas equações e duas variáveis:

$$\begin{cases} 24 + n = T \\ n = \frac{2}{5}T. \end{cases}$$

Finalmente, substituindo a primeira equação na segunda, e resolvendo para n*, conclui-se que o número de aulas de Matemática, Geografia e Inglês corresponde a*

$$\begin{aligned} n &= \tfrac{2}{5}(24+n) \\ n - \tfrac{2}{5}n &= \tfrac{48}{5} \\ \tfrac{5}{\cancel{5}}n - \tfrac{2}{\cancel{5}}n &= \tfrac{48}{\cancel{5}} \end{aligned}$$

$$\boxed{\textit{(A)} \quad n = 16.}$$

15. (UFV/2010/Questão 70) Na sala de elaboração de provas da COPEVE, num dado instante, havia N pessoas, sendo que o número de mulheres correspondia a 35% do de homens. No exato momento em que saíram 5 homens da sala, entraram 8 mulheres e, com isso, o número de mulheres ficou igual ao de homens.

Nessas condições, o valor de N é:

(A) 35

(B) 30

(C) 25

(D) 27

Solução 1.1.15. *Sejam N o número de pessoas na sala, e x e y o número de homens e mulheres nesta sala respectivamente.*

Sendo $N = x + y$ o número de mulheres e homens na sala num dado instante e y igual a 35% de x; e sabendo que eventualmente o número de homens e e mulheres na sala se igualam quando 5 homens saem e 8 mulheres entram, ou seja, $x - 5 = y + 8$, monta-se o sistema

$$\begin{cases} x & + & y & = & N & & \\ & & y & = & 0,35x & & \\ x & - & 5 & = & y & + & 8. \end{cases}$$

Substituindo a segunda equação na primeira e na terceira:

$$\begin{cases} x & + & 0,35x & = & 1,35x & = & N \\ x & - & 5 & = & 0,35x & + & 8. \end{cases}$$

Resolvendo para x, tem-se

$$\begin{aligned} x - 5 &= 0,35x + 8 \\ x - 0,35x &= 13 \\ 0,65x &= 13 \\ x &= 20. \end{aligned}$$

Finalmente, resolvendo para N na primeira equação, conclui-se que o número N de pessoas na sala é igual a

$$N = 1,35 \times 20$$

$$\boxed{\textit{(D)} \quad N = 27.}$$

16. (UNIVASF/2009/Questão 25) Ana comprou, em promoção, uma saia e uma blusa. Após o término da promoção, a saia ficou 10% mais cara e a blusa 15% mais cara. Se comprasse as duas peças pagando o novo preço, Ana gastaria 12% a mais. De qual percentual o preço da saia é maior que o da blusa?

(A) 10%

(B) 20%

(C) 30%

(D) 40%

(E) 50%

Solução 1.1.16. *Sejam x e y os valores da saia e da blusa respectivamente. Após o término da promoção, o novo valor da saia passar a ser de*

$$x + \overbrace{0,10x}^{\text{aumento de } 10\%} = 1,10x,$$

e o novo valor da blusa é igual a

$$y + \overbrace{0,15y}^{\text{aumento de } 15\%} = 1,15y.$$

Caso Ana tivesse comprado as peças com estes preços, teria gasto $1,10x + 1,15y$, um valor 12% maior que os $x + y$ que gastos, ou seja, Ana teria gasto

$$x + y + \overbrace{0,12(x+y)}^{12\% \text{ a mais}} = 1,12x + 1,12y.$$

Assim, igualando as equações tem-se

$$\begin{aligned} 1,10x + 1,15y &= 1,12x + 1,12y \\ 0,02x &= 0,03y \end{aligned}$$

$$\boxed{\textit{(E)} \quad x = 1,50y.}$$

Logo o preço da saia é 50% maior que o preço da blusa.

17. (UFVJM/2010-2/Questão 46) Geraldo e Luiza precisam comprar frutas. Ele necessita de 4 maçãs, 8 mexericas e 5 laranjas e Luiza, de 6 maçãs, 3 mexericas e 10 laranjas. Nas proximidades há uma feira com duas bancas, a de Joaquim e a de Severino. Esta tabela representa os preços das frutas, em cada banca.

	Joaquim	Severino
Maçã	R$ 0,10	R$ 0,15
Mexerica	R$ 0,40	R$ 0,30
Laranja	R$ 0,10	R$ 0,20

Com base nesses dados, assinale a alternativa que indica o gasto que Geraldo terá se comprar na banca do Severino.

(A) R$ 2,80

(B) R$ 3,80

(C) R$ 4,00

(D) R$ 4,10

Solução 1.1.17. *Para obter a resposta do problema as informações sobre Luiza podem ser desconsideradas. Desta forma, sejam x, y e z o número de maçãs, mexericas e laranjas respectivamente; e T o gasto total de Geraldo.*

Geraldo necessita comprar 4 maçãs, 8 mexericas e 5 laranjas, ou seja, $4x + 8y + 5z$. Portanto na barraca de Severino, Geraldo gastará

$$\begin{aligned} T &= 4x + 8y + 5z \\ &= 4 \times 0,15 + 8 \times 0,30 + 5 \times 0,20 \end{aligned}$$

$$\boxed{\textit{(C)} \quad T = R\$\ 4,00.}$$

18. (Enem/2009/Questão 160) Uma cooperativa de colheita propôs a um fazendeiro um contrato de trabalho nos seguintes termos: a cooperativa forneceria 12 trabalhadores e 4 máquinas, em um regime de trabalho de 6 horas diárias, capazes de colher 20 hectares de milho por dia, ao custo de R$ 10,00 por trabalhador por dia de trabalho, e R$ 1.000,00 pelo aluguel diário de cada máquina. O fazendeiro argumentou que fecharia contrato se a cooperativa colhesse 180 hectares de milho em 6 dias, com gasto inferior a R$ 25.000,00.

Para atender às exigências do fazendeiro e supondo que o ritmo dos trabalhadores e das máquinas seja constante, a cooperativa deveria:

(A) manter sua proposta.

(B) oferecer 4 máquinas a mais.

(C) oferecer 6 trabalhadores a mais.

(D) aumentar a jornada de trabalho para 9 horas diárias.

(E) reduzir em R$ 400,00 o valor do aluguel diário de uma máquina.

Solução 1.1.18. *Os termos do contrato entre a cooperativa e o fazendeiro dependem de duas variáveis: o número de hectares colhidos em seis dias e os gastos com aluguel de máquinas e salário de trabalhadores no mesmo período. Assumindo o ritmo dos trabalhadores e das máquinas constante e igual a 6 horas diárias, ao final de seis dias, os gastos* $T_{trab.}$ *do fazendeiro com* 12 *trabalhadores somam*

$$\begin{aligned} T_{trab.} &= 6 \times 12 \ \textit{trabalhadores} \times \frac{R\$\ 10{,}00}{1\ \textit{trabalhador}} \\ &= R\$\ 720{,}00, \end{aligned}$$

e os gastos $T_{maq.}$ *com* 4 *máquinas somam*

$$\begin{aligned} T_{maq.} &= 6 \times 4 \ \textit{máquinas} \times \frac{R\$\ 1.000{,}00}{1\ \textit{máquina}} \\ &= R\$\ 24.000{,}00. \end{aligned}$$

Logo, os gastos do fazendeiro com máquinas e trabalhadores somarão, ao final de seis dias, $R\$\ 24.720{,}00$*, um valor inferior ao por ele exigido.*

Com relação a produtividade, 12 *trabalhadores e* 4 *máquinas colhem* 20 *hectares por dia. Em seis dias serão colhidos*

$$6\ dias \times \frac{20\ hectares}{1\ dia} = 120\ hectares.$$

Este valor é inferior aos 180 hectares exigidos pelo fazendeiro. Para atender às suas exigências, a cooperativa tem que alterar a sua proposta. Oferecer um maior número de máquinas ou uma maior quantidade de trabalhadores aumentará os gastos para uma valor acima de $R\$\ 25.000,00$*. E reduzir o aluguel das máquinas não alterará a produtividade, restando apenas a alternativa **(D)**. Note que aumentar a jornada de trabalho para* 9 *horas diárias implica em aumentar a produtividade em* 50%*, ou seja, se em seis dias, com uma jornada de trabalho diária de* 6 *horas,* 12 *trabalhadores e* 4 *máquinas colhem* 120 *hectares, com uma nova jornada de* 9 *horas, serão colhidos*

$$120\ hectares + 0,5 \times 120\ hectares$$

$$\boxed{\textbf{\textit{(D)}} \quad 180\ hectares.}$$

19. (Enem/2009/Questão 162) Uma escola lançou uma campanha para seus alunos arrecadarem, durante 30 dias, alimentos não perecíveis para doar a uma comunidade carente da região. Vinte alunos aceitaram a tarefa e nos primeiros 10 dias trabalharam 3 horas diárias, arrecadando 12 kg de alimentos por dia. Animados com os resultados, 30 novos alunos somaram-se ao grupo, e passaram a trabalhar 4 horas por dia nos dias seguintes até o término da campanha.

Admitindo-se que o ritmo de coleta tenha se mantido constante, a quantidade de alimentos arrecadados ao final do prazo estipulado seria de:

(A) 920 kg.

(B) 800 kg.

(C) 720 kg.

(D) 600 kg.

(E) 570 kg.

Solução 1.1.19. *A quantidade de alimentos arrecados ao final do prazo estipulado depende de três variáveis: o número de alunos, a jornada diária de trabalho e o número de dias de trabalho. Note que a quantidade de alimentos arrecadada é diretamente proporcional as três variáveis e que nos primeiros* 10 *dias foram arrecadados* 120 *kg de alimento. Montando a tabela:*

alimento arrecadado	*alunos*	*jornada*	*dias*
$120\ kg \Uparrow$	$20 \Uparrow$	$3\ h \Uparrow$	$10 \Uparrow$
x	50	$4\ h$	$20.$

Com um total de 50 *alunos e uma jornada de trabalho diária de* 4 *horas, nos* 20 *dias restantes foram arrecadados*

$$\begin{aligned} \frac{120}{x} &= \frac{20}{50} \times \frac{3}{4} \times \frac{10}{20} \\ x &= \frac{12\cancel{0} \times 50 \times 4 \times \cancel{2}0}{\cancel{2}0 \times 3 \times 1\cancel{0}} \\ &= 800\ kg. \end{aligned}$$

Somando os 120 *kg arrecadados nos primeiros* 10 *dias, ao final de* 30 *dias os alunos arrecadaram*

$$\boxed{\textit{(A)} \quad 920\ kg.}$$

20. (Enem/2009/Questão 175) O Indicador do CadÚnico (ICadÚnico), que compõe o cálculo do Índice de Gestão Descentralizada do Programa Bolsa Família (IGD), é obtido por meio da média aritmética entre a taxa de cobertura qualificada de cadastros (TC) e a taxa de atualização de cadastros (TA), em que , $TC = \frac{NV}{NF}$, $TA = \frac{NA}{NV}$, NV é o número de cadastros domiciliares válidos no perfil do CadÚnico, NF é o número de famílias estimadas como público alvo do CadÚnico e NA é o número de cadastros domiciliares atualizados no perfil do CadÚnico.

Portaria n.° 148 de 27 de abril de 2006 (adaptado).

Suponha que o IcadÚnico de um município específico é 0,6. Porém, dobrando NF o IcadÚnico cairá para 0,5. Se $NA + NV = 3.600$, então NF é igual a:

(A) 10.000.

(B) 7.500.

(C) 5.000.

(D) 4.500.

(E) 3.000.

Solução 1.1.20. *O IcadÚnico x é a média aritmética entre TC e TA. Assim, $x = \frac{TC+TA}{2}$. Além disso, $TC = \frac{NV}{NF}$ e $TA = \frac{NA}{NV}$. Montando o sistema, tem-se*

$$\begin{cases} x & = & \frac{TC+TA}{2} \\ TC & = & \frac{NV}{NF} \\ TA & = & \frac{NA}{NV}. \end{cases}$$

Supondo $x = 0,6$:

$$\begin{cases} 0,6 & = & \frac{TC+TA}{2} \\ TC & = & \frac{NV}{NF} \\ TA & = & \frac{NA}{NV}. \end{cases}$$

Dobrando NF, o novo número de famílias estimadas como público alvo do ICadÚnico $NF' = 2NF$. E pela segunda equação do sistema, a nova taxa de cobertura qualificada TC' é igual a

$$\begin{aligned} TC' &= \frac{NV}{NF'} \\ &= \frac{NV}{2NF} \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{NV}{NF} \\ &= \frac{TC}{2}. \end{aligned}$$

De acordo com o enunciado temos dois valores para x: $0,6$ e $0,5$, sendo o segundo o resultado de dobrar-se NF. Montando um novo sistema para ambos os valores de x, tem-se

$$\begin{cases} 0,6 = \frac{TC+TA}{2} \\ 0,5 = \frac{TC'+TA}{2}. \end{cases}$$

Note que nada foi dito sobre alterações em TA. Assim, o sistema acima possui trés variáveis: TC, TC' e TA. Substituindo $TC' = \frac{TC}{2}$, reduz-se o sistema as variáveis TC e TA. Logo

$$\begin{cases} 0,6 = \frac{TC+TA}{2} \\ 0,5 = \frac{TC/2+TA}{2}. \end{cases}$$

Subtraindo a segunda equação da primeira, obtém-se

$$\begin{cases} TC + TA = 1,2 \\ \frac{TC}{2} + TA = 1,0 \end{cases} -$$

$$\frac{TC}{2} = 0,2.$$

Logo $TC = 0,4$. Resolvendo para TA:

$$\begin{aligned} 0,4 + TA &= 1,2 \\ TA &= 0,8. \end{aligned}$$

Do enunciado tem-se $NA + NV = 3.600$. Relembrando do primeiro sistema que $TC = \frac{NV}{NF}$ e $TA = \frac{NA}{NV}$, monta-se um novo sistema com variáveis NA, NV e NF:

$$\begin{cases} \frac{NV}{NF} = 0,4 \\ \frac{NA}{NV} = 0,8 \\ NA + NV = 3600. \end{cases}$$

Da segunda equação, $NA = 0,8 \cdot NV$. Substituindo esta expressão na terceira equação calcula-se NV igual a

$$\begin{aligned} NV + 0,8 \cdot NV &= 3600 \\ 1,8 \cdot NV &= 3600 \\ NV &= 2000. \end{aligned}$$

Substituindo o resultado acima na primeira equação do sistema, o número de famílias NF estimadas como público alvo do ICadÚnico é

$$\frac{2000}{NF} = 0,4$$

$$\boxed{\textit{(C)} \quad NF = 5.000.}$$

21. (Enem/2009/Questão 176) Joana frequenta uma academia de ginástica onde faz exercícios de musculação. O programa de Joana requer que ela faça 3 séries de exercícios em 6 aparelhos diferentes, gastando 30 segundos em cada série. No aquecimento, ela caminha durante 10 minutos na esteira e descansa durante 60 segundos para começar o primeiro exercício no primeiro aparelho. Entre uma série e outra, assim como ao mudar de aparelho, Joana descansa por 60 segundos.

Suponha que, em determinado dia, Joana tenha iniciado seus exercícios às 10h30min e finalizado ás 11h7min. Nesse dia e nesse tempo, Joana:

(A) não poderia fazer sequer a metade dos exercícios e dispor dos períodos de descanso especificados em seu programa.

(B) poderia ter feito todos os exercícios e cumprido rigorosamente os períodos de descanso especificados em seu programa.

(C) poderia ter feito todos os exercícios, mas teria de ter deixado de cumprir um dos períodos de descanso especificados em seu programa.

(D) conseguiria fazer todos os exercícios e cumpriria todos os períodos de descanso especificados em seu programa e ainda se permitiria uma pausa de 7 min.

(E) não poderia fazer todas as 3 séries dos exercícios especificados em seu programa; em alguma dessas séries deveria ter feito uma série a menos e não deveria ter cumprido um dos períodos de descanso.

Solução 1.1.21. *Em cada aparelho Joana faz* 3 *séries com dois intervalos de descanso— o primeiro entre a primeira e a segunda série, e o segundo entre a segunda e a terceira— e uma mudança de aparelho ao final da terceira série. Se para se exercitar Joana gasta* 30 *s e, entre uma série e outra, assim como ao mudar de aparelho, Joana descansa por* 60 *segundos, em cada aparelho ela gasta*

$$\underbrace{3 \times 30\ s}_{série} + \underbrace{2 \times 60\ s}_{descanso} + \underbrace{60\ s}_{mudança\ de\ aparelho} = 270\ s.$$

Num dado dia, Joana demorou 37 *min para se exercitar. Os primeiros* 11 *minutos foram gastos com* 10 *min de aquecimento e* 1 *min de descanso para começar o primeiro exercício no primeiro aparelho. Os* 26 *min finais foram gastos nos aparelhos. Se em cada aparelho Joana gasta* $270\ \cancel{s} \times \frac{1\ min}{60\ \cancel{s}} = 4,5\ min$, *para finalizar todos os seis aparelhos ela gastou exatos* 26 *min (não há descanso após a última série). Assim, neste dia ela fez todos os exercícios e cumpriu rigorosamente os períodos de descanso especificados em seu programa (letra* ***(B)****).*

22. (UNIVASF/2009/Questão 12) Uma pesquisa entre todos os alunos de uma escola revelou que: 180 alunos tomam refrigerante da marca C, 130 tomam refrigerante da marca G, 40 tomam refrigerantes das duas marcas, e 30 não tomam refrigerante. Escolhendo ao acaso um aluno desta escola, qual a probabilidade percentual de ele tomar refrigerante da marca G, mas não tomar da marca C?