

## CAPITULO 1 - SISTEMA INTERNACIONAL DE MEDIDAS

### UNIDADES

$10^n$	Prefixo	Símbolo	Equivalente decimal
$10^{24}$	<u>votta</u> (iota <sup>2</sup> )	Y	1 000 000 000 000 000 000 000 000
$10^{21}$	<u>zetta</u> (zeta <sup>2</sup> )	Z	1 000 000 000 000 000 000 000
$10^{18}$	<u>exa</u>	E	1 000 000 000 000 000 000
$10^{15}$	<u>peta</u>	P	1 000 000 000 000 000
$10^{12}$	<u>tera</u>	T	1 000 000 000 000
$10^9$	<u>giga</u>	G	1 000 000 000
$10^6$	<u>mega</u>	M	1 000 000
$10^3$	<u>quilo</u>	k	1 000
$10^2$	<u>hecto</u>	h	100
$10^1$	<u>deca</u>	da	10
$10^0$	<u>nenhum</u>	<i>nenhum</i>	1
$10^{-1}$	<u>deci</u>	d	0,1
$10^{-2}$	<u>centi</u>	c	0,01
$10^{-3}$	<u>mili</u>	m	0,001
$10^{-6}$	<u>micro</u>	$\mu$ (mu) <sup>1</sup>	0,000 001
$10^{-9}$	<u>nano</u>	n	0,000 000 001
$10^{-12}$	<u>pico</u>	p	0,000 000 000 001
$10^{-15}$	<u>femto</u> (fento <sup>2</sup> )	f	0,000 000 000 000 001
$10^{-18}$	<u>atto</u> (ato <sup>2</sup> )	a	0,000 000 000 000 000 001
$10^{-21}$	<u>zepto</u>	z	0,000 000 000 000 000 000 001
$10^{-24}$	<u>yocto</u> (iocto <sup>2</sup> )	y	0,000 000 000 000 000 000 000 001
1.			

### UNIDADES MÉTRICAS

Km	Hm	Dam	<b>m</b>	dm	cm	mm
1000	100	10	1	0,1	0,01	0,001

Km <sup>2</sup>	Hm <sup>2</sup>	Dam <sup>2</sup>	<b>m<sup>2</sup></b>	dm <sup>2</sup>	cm <sup>2</sup>	mm <sup>2</sup>
10000	1000	100	1	0,01	0,001	0,0001

Km <sup>3</sup>	Hm <sup>3</sup>	Dam <sup>3</sup>	<b>m<sup>3</sup></b>	dm <sup>3</sup>	cm <sup>3</sup>	mm <sup>3</sup>
100000	10000	1000	1	0,001	0,0001	0,00001

### UNIDADES DE MASSA

Kg	Hg	Dag	g	dg	cg	mg
1000	100	10	1	0,1	0,01	0,001

### UNIDADES DE TEMPO

1	ano	=	365	dias	(geralmente)
1	dia	=	24	horas	
1	hora	=	60	minutos	
1	minuto	=	60	segundos	

$$365 \times 24 \times 60 \times 60 = 31.536.000 \text{ segundos}$$

### NOTAÇÃO CIENTÍFICA

A notação científica auxilia quando os números a serem escritos são demasiadamente grandes. Antes vamos lembrar das propriedades de potências.

#### Primeira propriedade

Ao multiplicar potências de mesma base, repetimos a base e somamos os expoentes.

$$x^a \cdot x^b = x^{a+b}$$

#### Segunda propriedade

Ao dividir potências de mesma base, repetimos a base e subtraímos os expoentes.

$$\frac{x^a}{x^b} = x^{a-b}$$

#### Terceira propriedade

Ao elevar uma potência a um outro expoente, repetimos a base e multiplicamos os expoentes.

$$(x^a)^b = x^{ab}$$

#### Quarta propriedade

Ao elevar um produto ou um quociente a um expoente, elevamos cada um dos fatores a esse expoente ou, no caso do quociente, elevamos o dividendo e também o divisor ao mesmo expoente.

$$(xy)^a = x^a \cdot y^a$$

$$\left(\frac{x}{y}\right)^a = \frac{x^a}{y^a}$$

Sendo assim podemos escrever os numeros

$$200.000.000 = 2 \times 10^8$$

$$10^{-8} = 0,000.000.01$$

## OPERAÇÃO COM ALGARISMOS

Quando desejamos operar com numeros fracionados e seja de nosso interesse executar um arredondamento devemos proceder da seguinte forma

$$\begin{array}{r} 123,456 \\ +98,01010101 \\ \hline 221,46610101 = 221,47 \end{array}$$

## NOTAÇÃO CIENTÍFICA

Quando desejamo expressar um numero que contenha muitos algarismos, fica extremamente complicado escreve-lo.

Para isso adotamos a utilização de bases de potencias. Em nossos estudos sempre usaremos as base no valor dez (10).

Assim nossos numeros podem ser escritos na seguinte forma.

$$a \times 10^b$$

Assim podemos escrever numero como o valor da massa de um elétron da seguinte forma:

$$9,10938188 \times 10^{-22} \text{ microgramas}$$

Ou ate mesmo distancias com da terra a lua: 384.405 Km ou  $3,84 \times 10^8$ m

## VETORES

### GRANDEZAS ESCALARES E VETORIAIS

Muitas grandezas ficam perfeitamente definidas quando conhecemos seu valor numérico e a correspondente unidade. Tais grandezas são denominadas **grandezas escalares**. É o caso, por exemplo, massa e do volume de um corpo. Quando dizemos que a massa de um corpo é igual 20Kg e que seu volume é de 10 litros, nada mais precisamos acrescentar para definir essas grandezas.

Existem, porem, outras grandezas que, alem do valor numérico e da unidade, necessitam de direção e sentido para que fiquem bem definidas. Por exemplo, a distancia em linha reta de São Paulo a Belo Horizonte é de aproximadamente 510Km aproximadamente na direção sudoeste – nordeste.

Neste exemplo fica bem definido que alem do valor numérico e unidade, a direção e o sentido precisam ser definidos. Estas grandezas são chamadas de **grandezas vetoriais**, sendo representadas matematicamente por VETORES.

Um vetor possui a seguinte representação:



O vetor é o ente matemático caracterizado pelo que há de comum ao conjunto dos segmentos orientados. Contendo comprimento, direção e sentido, o comprimento entre as extremidades de um vetor é chamado de **módulo** do vetor, sendo assim um vetor sempre possui:

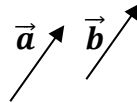
- MODULO
- DIREÇÃO
- SENTIDO



A —————> B

Representa-se um vetor por um segmento orientado  $\overline{AB}$  como o da figura acima, onde A é a origem e B é a extremidade. O comprimento de A ate B representa o módulo do vetor, de acordo com a escala para a representação gráfica.

Dois vetores serão iguais quando tem mesmo modulo, mesma direção e mesmo sentido.



Os vetores  $\vec{a}$  e  $\vec{b}$  são iguais pois possuem mesmo modulo direção e sentido.

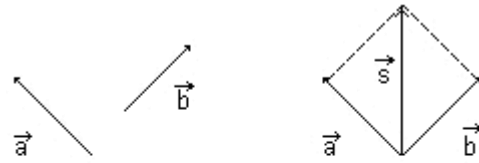
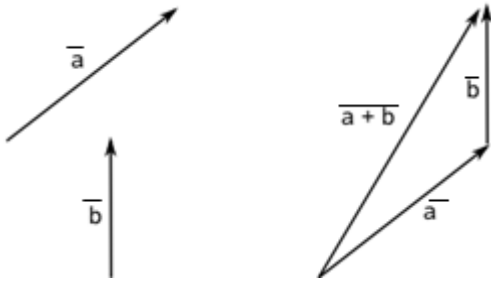
Caso UMA dessas condições seja diferente os vetores não poderão ser idênticos.

## SOMA VETORIAL

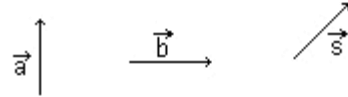
Considere dois vetores  $\vec{a}$  e  $\vec{b}$  representados pelos segmentos orientado  $\overline{AB}$  e  $\overline{BC}$ .

O vetor  $\vec{a} + \vec{b}$  representado pelo segmento orientado  $\overline{AC}$ , que será a soma dos vetores  $\vec{a}$  e  $\vec{b}$ .

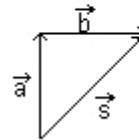
$$\vec{a} + \vec{b} = \overline{AC}$$



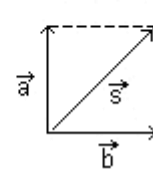
$$\vec{s} = \vec{a} + \vec{b}$$



Polígono

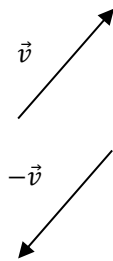


Paralelogramo



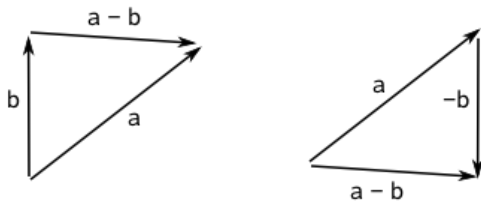
### VETOR OPOSTO

Chama-se **vetor oposto** de um vetor  $\vec{v}$  o vetor  $-\vec{v}$  que possui mesmo módulo, direção porém tem sentido opostos.



### SUBTRAÇÃO VETORIAL

Agora considere os vetores  $\vec{a}$  e  $\vec{b}$  e a operação  $\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b})$



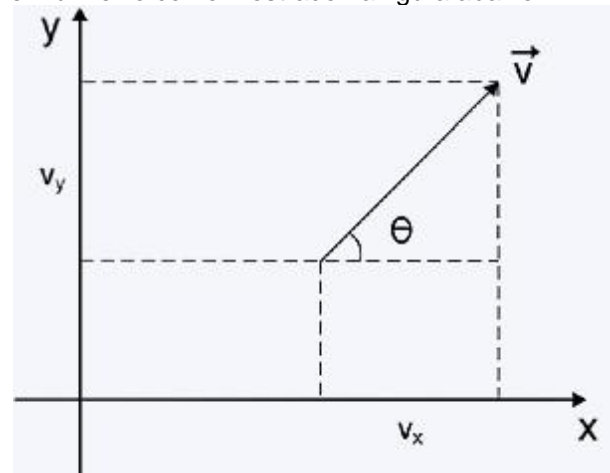
O vetor  $\vec{a} - \vec{b}$  é a diferença entre os vetores  $\vec{a}$  e  $\vec{b}$  nessa ordem, Portanto quando se deseja subtrair vetores, basta pegar o vetor  $\vec{a}$  e somar ao vetor oposto  $-\vec{b}$ .

### REGRA DO PARALELOGRAMO

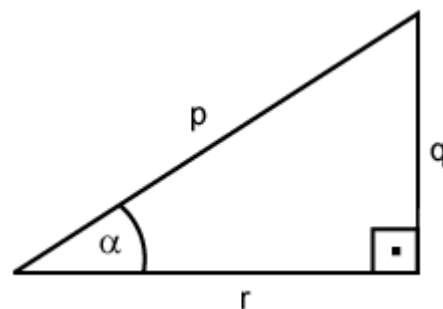
Uma regra muito útil é a chamada regra do paralelogramo. Ela consiste é unir dois vetores em um ponto comum e projetar estes vetores, no intuito de sempre formar um paralelogramo.

### DECOMPOSIÇÃO VETORIAL

Em vários momentos em nosso curso de mecânica, necessitaremos utilizar a decomposição vetorial. Este processo baseia-se na projeção de um vetor em um eixo como mostrado na figura abaixo.



Para isso vamos retomar nosso conhecimento em matemática principalmente no que se trata de triângulos retângulos e trigonometria.



Como já sabemos:

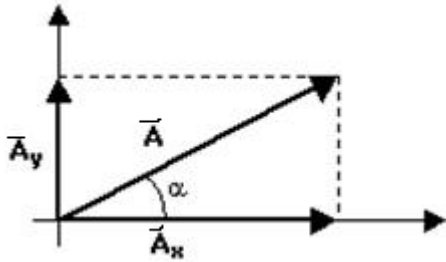
$$\sin \alpha = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{hipotenusa}} = \frac{q}{p}$$

$$\therefore q = p \operatorname{sen} \alpha$$

$$\cos \alpha = \frac{\text{cateto adjacente}}{\text{hipotenusa}} = \frac{r}{p}$$

$$\therefore r = p \operatorname{cos} \alpha$$

Portanto quando queremos projetar um vetor em um eixo basta tratá-lo como se este fosse a hipotenusa do triângulo.



Então decompondo o vetor  $\vec{A}$  temos:

$$\vec{Ax} = \vec{A} \operatorname{cos} \alpha$$

$$\vec{Ay} = \vec{A} \operatorname{sen} \alpha$$

Se somarmos  $\vec{Ay} + \vec{Ax}$  teremos novamente o vetor  $\vec{A}$ .

## EXERCÍCIOS

**01.** (UEPG - PR) Quando dizemos que a velocidade de uma bola é de 20 m/s, horizontal e para a direita, estamos definindo a velocidade como uma grandeza:

- escalar
- algébrica
- linear
- vetorial
- n.d.a.

**RESPOSTA: D**

**02.** (UFAL) Considere as grandezas físicas:

- Velocidade
- Temperatura
- Quantidade de movimento
- Deslocamento
- Força

Destas, b a grandeza escalar é:

- I
- II
- III
- IV
- V

**RESPOSTA: B**

**03.** (CESGRANRIO) Das grandezas citadas nas opções a seguir assinale aquela que é de natureza vetorial:

- pressão
- força eletromotriz
- corrente elétrica
- campo elétrico
- trabalho

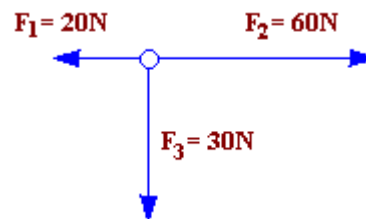
**RESPOSTA: D**

**04.** (FESP) Num corpo estão aplicadas apenas duas forças de intensidades 12N e 8,0N. Uma possível intensidade da resultante será:

- 22N
- 3,0N
- 10N
- zero
- 21N

**RESPOSTA: C**

**05.** (UFAL) Uma partícula está sob ação das forças co-planares conforme o esquema abaixo. A resultante delas é uma força, de intensidade, em N, igual a:



- 110
- 70
- 60
- 50
- 30

**RESPOSTA: D**

## CAPITULO 2

### CINEMÁTICA - MOVIMENTOS UNIDIMENSIONAIS

A cinemática é a parte da mecânica que descreve os movimentos, determinando a posição, a velocidade e a aceleração de um corpo em cada instante.

Deste ponto em diante devemos considerar dois itens de extrema importância:

- PONTO MATERIAL
- CORPO EXTENSO

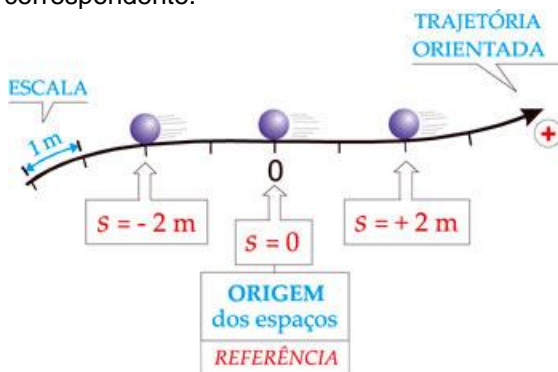
**Ponto material** é um corpo cujas dimensões não interferem no estudo deste fenômeno.

**Corpo extenso** é um corpo cujas dimensões são relevantes no estudo de determinado fenômeno.

Como por exemplo, um carro que realiza uma manobra para estacionar numa vaga é um corpo extenso, porém o mesmo carro trafegando por uma rodovia pode ser tratado como um ponto material.

Para descrever um movimento precisamos em primeiro lugar de um referencial, que no caso unidimensional, é simplesmente uma reta orientada em que se escolhe a origem.

A posição de uma partícula em movimento num determinado instante é descrita pela abscissa correspondente.



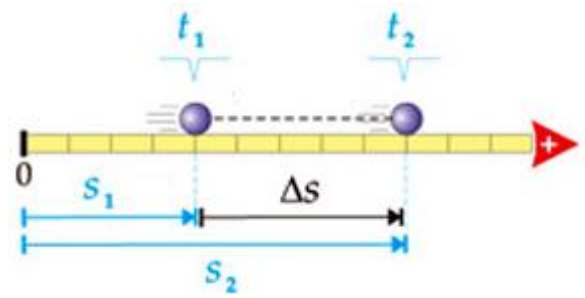
## VELOCIDADE ESCALAR MÉDIA E VELOCIDADE ESCALAR INSTANTÂNEA

Considere que o mesmo carro na figura acima tenha percorrido 180Km em 3h. A distância percorrida (180Km) dividida pelo intervalo de tempo (3h) caracteriza a **velocidade escalar média**.

$$V_m = \frac{180\text{Km}}{3\text{h}} = \frac{60\text{Km}}{\text{h}}$$

A qualquer movimento associamos a grandeza chamada velocidade escalar para medir variação do espaço do móvel no decorrer do tempo. Iniciaremos, portanto nossos estudos analisando a **velocidade escalar média**.

Consideremos um ponto material P descrevendo uma certa trajetória em relação a um determinado referencial.



No primeiro instante  $t_1$  sua posição é  $S_1$  e no instante posterior  $t_2$  sua posição é  $S_2$ . No intervalo de tempo  $\Delta t = t_2 - t_1$  a variação de espaço do ponto material é  $\Delta s = s_2 - s_1$ . A velocidade escalar média será dada pela seguinte expressão

$$V_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1}$$

Note que na definição de velocidade escalar  $\Delta t$  é sempre positivo.

Agora se  $s_1 > s_2$  teremos uma velocidade negativa; se  $s_2 > s_1$  teremos velocidade positiva; e se  $s_1 = s_2$  teremos velocidade nula.

A velocidade escalar em cada instante é denominada **velocidade escalar instantânea**

Para um determinado ponto sobre a trajetória a velocidade instantânea pode ser calculada da seguinte maneira:

$$V_{inst} = \frac{s}{t}$$

No decorrer desta apostila será necessário em muitos instantes converter unidades e em especial km/h em m/s. Para isso usaremos a seguinte conversão:

$$\begin{array}{ccc} \text{Km/h} & \times 3,6 & \text{m/s} \\ \text{m/s} & \div 3,6 & \text{Km/h} \end{array}$$

## VELOCIDADE VETORIAL MÉDIA E INSTANTÂNEA

$$\vec{V}_m = \frac{\vec{\Delta s}}{\Delta t}$$

Onde:  $\vec{V}_m$  é o vetor velocidade média

$\vec{\Delta s}$  é o vetor deslocamento

Analogamente para velocidade instantânea teremos:

$$\vec{V}_{inst} = \frac{\vec{s}}{t}$$

## EXERCÍCIOS:

01. (Uesb – BA) Uma composição ferroviária, de 120m de comprimento, move-se com velocidade constante de 54km/h. O tempo que ela gasta para atravessar completamente o pontilhão de 60m de extensão, em segundos é:

- a) 4,0
- b) 6,0
- c) 8,0
- d) 10,0
- e) 12

## RESPOSTA E

02. (UFSCar-SP) Três amigos, Antonio, Bernardo, e Carlos, saíram de suas casas para se encontrarem numa lanchonete. Antonio realizou metade do percurso com velocidade média de 4 Km/h e a outra metade com velocidade média de 6Km/h. Bernardo percorreu o trajeto com velocidade média de 4Km/h durante metade do tempo que levou para chegar à lanchonete e a outra metade do tempo fez com velocidade média de 6Km/h. Carlos fez todo o percurso com velocidade média de 5Km/h. Sabendo que os três saíram no mesmo instante, de suas casas e percorreram exatamente as mesmas distancias, pode-se concluir que:

- a) Bernardo chegou primeiro, Carlos em segundo e Antonio por ultimo
- b) Carlos chegou primeiro, Antonio em segundo e Bernardo em terceiro.
- c) Antonio chegou primeiro, Bernardo em segundo e Carlos em terceiro
- d) Bernardo e Carlos chegaram juntos e Antonio chegou em terceiro
- e) Os três chegaram juntos à lanchonete

## RESPOSTA D

03. (UnB-DF) Um fazendeiro percorre, com seu jipe os limites de sua fazenda, que tem o formato de um losango, com lados aproximadamente iguais. Devido as peculiaridades do terreno, cada lado foi percorrido com uma velocidade média diferente; 20km/h, 30Km/h, 40Km/h e 60Km/h respectivamente.

A velocidade desenvolvida pelo fazendeiro para percorrer todo o perímetro da fazenda em Km/h foi de:

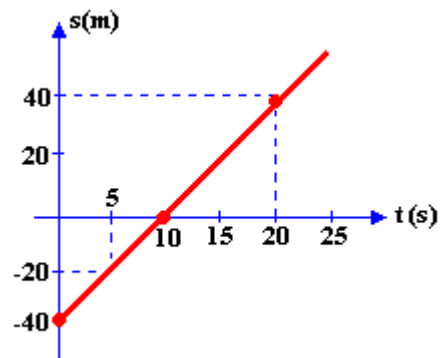
- a) 50
- b) 42
- c) 38
- d) 36
- e) 32

## RESPOSTA E

04. (FUND. CARLOS CHAGAS) Um trem de 200m de comprimento, com velocidade escalar constante de 60 km/h, gasta 36s para atravessar completamente uma ponte. A extensão da ponte, em metros, é de:

- a) 200
- b) 400
- c) 500
- d) 600
- e) 800

Considere um movimento cuja posição  $s$ , em função do tempo  $t$ , está representado no gráfico.



05. A distância percorrida pelo móvel entre os instantes  $t = 0$  e  $t = 20$ s, em metros, vale:

- a) -40
- b) zero
- c) 20
- d) 40
- e) 80

## RESPOSTA: E

07. O móvel passa pela origem no instante:

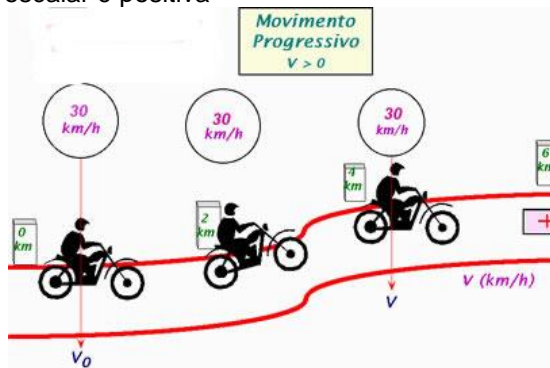
- a) zero
- b) 5,0s
- c) 10s
- d) 15s
- e) 20s

## RESPOSTA: C

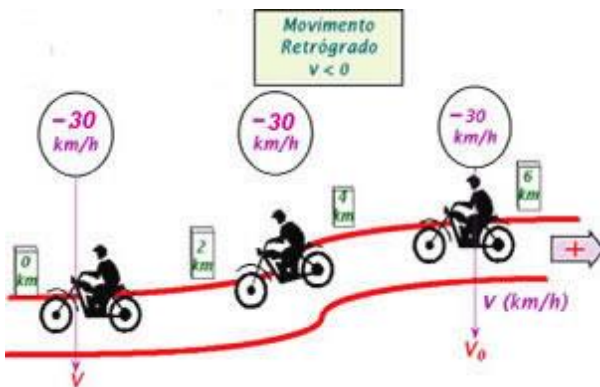
## CAPÍTULO 3 - ESTUDO DOS MOVIMENTOS

### MOVIMENTO PROGRESSIVO E RETROGRADO

Um movimento é chamado de **progressivo** quando o móvel caminha a caminho da orientação positiva da trajetória. Seus espaços crescem no decurso do tempo e sua velocidade escalar é positiva



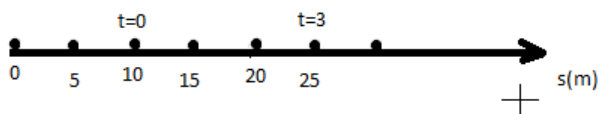
O outro tipo de movimento é o **movimento retrógrado**. Onde o móvel caminha contra a orientação positiva da trajetória. Seus espaços decrescem no decurso do tempo e sua velocidade escalar é negativa.



### FUNÇÃO HORARIA

A função que relaciona o espaço  $s$  com os correspondentes instantes  $t$  é denominada **função horária do movimento** e é representado genericamente por  $S = f(t)$ , expressão que se lê:  $s$  é uma função de  $t$ , ou seja, toda vez que  $t$  variar  $s$  também varia.

Para exemplificar o conceito acima vamos montar um exemplo:



$$s = 10 + 5t$$

Como  $s = 10 + 5t$ , temos:

$$t=0: s = 10 + 5 \cdot 0 \rightarrow s = 10\text{m}$$

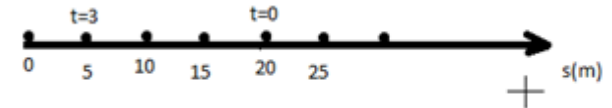
$$t=1: s = 10 + 5 \cdot 1 \rightarrow s = 15\text{m}$$

$$t=2: s = 10 + 5 \cdot 2 \rightarrow s = 20\text{m}$$

e assim por diante até  $t = 3$  onde teremos  $s = 25\text{m}$ .

O exemplo acima é característico de um movimento progressivo.

Agora vejamos outro exemplo:



$$s = 20 - 5t$$

Como  $s = 20 - 5t$ , temos

$$t=0: s = 20 - 5 \cdot 0 \rightarrow s = 20\text{m}$$

$$t=1: s = 20 - 5 \cdot 1 \rightarrow s = 15\text{m}$$

$$t=2: s = 20 - 5 \cdot 2 \rightarrow s = 10\text{m}$$

e assim por diante até  $t = 3$  onde teremos  $s = 5\text{m}$ .

Assim podemos concluir que se um móvel está com velocidade constante e não nula, ele estará em **movimento uniforme, percorrendo espaço iguais em tempos iguais**.

Desta forma podemos concluir nossa forma de analisar os movimentos com velocidade constante da seguinte forma:

$$V = \frac{\Delta S}{\Delta t}$$

$$V = \frac{S - S_0}{t - t_0}$$

Considerando  $t_0$  como zero;

$$v \cdot t = S - S_0$$

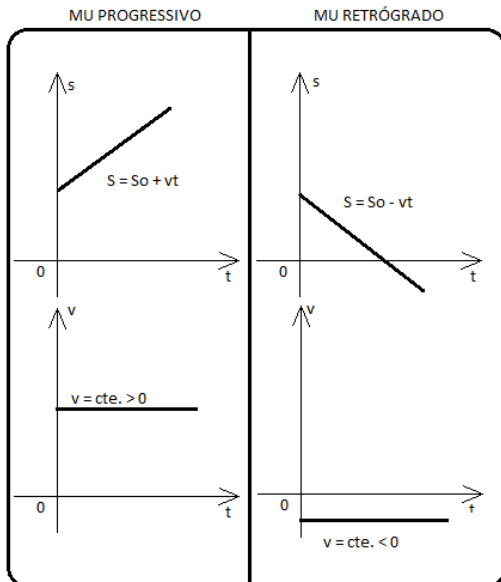
Organizando:

$$S = S_0 + Vt$$

Este tipo de equação é muito similar a usada na matemática ( $y = ax \pm b$ ) o que nos remete ao estudo gráfico desta função.

Porém na física cada tipo de gráfico possui suas características particulares.

Abaixo estão os gráficos característicos de cada tipo de movimento.



A função horária do movimento uniforme é uma função do primeiro grau.

Graficamente é uma reta inclinada em relação a ambos eixos dos tempos. A função pode ser crescente ou decrescente, conforme a velocidade escalar seja positiva ou negativa. O espaço inicial  $S_0$  corresponde a ordenada de ponto onde a reta corta o eixo dos S

A velocidade escalar no movimento é uma função constante

$$V = \text{constante}$$

Graficamente é uma reta paralela ao eixo t. Quando a reta esta acima do eixo t  $V > 0$  e o movel esta realizando um movimento progressivo, quando a reta esta abaixo do eixo t, isto é  $V < 0$ , e o movel descreve um movimento retrogrado.

## MOVIMENTOS COM VELOCIDADE ESCALAR VARIÁVEL

Os movimentos de velocidade escalar variável são os mais comuns na Natureza. Em geral, uma pessoa caminhando, um carro em deslocamento, uma pedra lançada, etc. tem velocidades escalares variando o tempo todo

### ACELERAÇÃO ESCALAR

Num movimento variado, seja  $v_1$  a velocidade escalar média do movel no instante  $t_1$  e  $v_2$  a velocidade escalar no instante posterior a  $t_2$ . Seja  $\Delta v = v_2 - v_1$ , a variação de velocidade no intervalo de tempo  $\Delta t$ . A **aceleração escalar média**  $a_m$  no intervalo de tempo  $\Delta t$  é, por definição

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$

E a aceleração instantânea sera:

$$a_m = \frac{v}{t}$$

A aceleração sera dada sempre em metros por segundo ao quadrado:  $\text{m/s}^2$

Para termos ideia dessa grandeza vejamos alguns exemplos:

Uma FERRRARI 550 *Maranello* faz de 0 a 100Km/h em 4,4s correspondendo a uma aceleração média de  $22,7 \frac{\text{Km/h}}{\text{s}}$  ou  $6,3 \text{ m/s}^2$

Em dois segundos um Guepardo pode variar sua velocidade de 0 a 72 Km/h, correspondendo a uma aceleração média de  $10 \text{ m/s}^2$ !!!!!!

## ACELERAÇÃO VETORIAL MÉDIA E INSTANTÂNEA

$$\vec{a}_m = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

$$\vec{a}_{inst} = \frac{\vec{v}}{t}$$

## MOVIMENTO ACELERADO E RETARDADO

Na cinematica de acordo com a orientação da trajetória, a velocidade escalar pode ser positiva ou negativa. Assim, ao nos referirmos a acelerado ou retardado, devemos trabalhar com o modulo da velocidade escalar. Quando aceleramos ou retardamos um veiculo, estamos aumentando ou diminuindo o modulo da velocidade escalar.

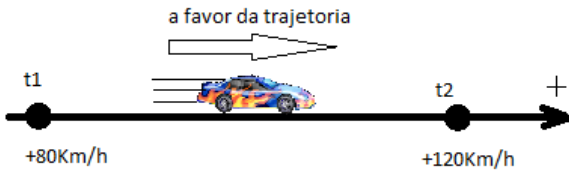
**MOVIMENTO ACELERADO** → O modulo da velocidade escalar aumenta no passar do tempo.

**MOVIMENTO RETARDADO** → O modulo da velocidade escalar diminui no decurso do tempo.

### MOVIMENTO ACELERADO

Num movimento acelerado, a velocidade escalar e a aceleração escalar tem o mesmo sinal: ou ambas são positivas ou ambas são negativas

## ACELERADO PROGRESSIVO



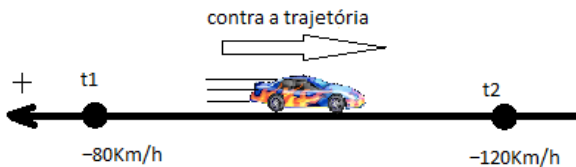
$$\begin{aligned}
 v &> 0 \\
 a &> 0 \\
 a_m &= \frac{\Delta v}{\Delta t} > 0
 \end{aligned}$$

## RETARDADO RETROGRADO



$$\begin{aligned}
 v &< 0 \\
 a &> 0 \\
 a_m &= \frac{\Delta v}{\Delta t} > 0
 \end{aligned}$$

## ACELERADO RETRÓGRADO



$$\begin{aligned}
 v &< 0 \\
 a &< 0 \\
 a_m &= \frac{\Delta v}{\Delta t} < 0
 \end{aligned}$$

## MOVIMENTO RETARDADO

Num movimento retardado, a velocidade escalar e a aceleração escalar tem sinais contrários: quando uma é positiva a outra é negativa e vice versa.

## RETARDADO PROGRESSIVO



$$\begin{aligned}
 v &> 0 \\
 a &< 0 \\
 a_m &= \frac{\Delta v}{\Delta t} < 0
 \end{aligned}$$

Sempre para sabermos se um movimento é acelerado ou retardado, devemos comparar os sinais da velocidade escalar média e da aceleração escalar.

## FUNÇÃO HORARIA

Movimentos que possuem aceleração escalar instantânea constante e não nula, são caracterizados como movimento uniformemente variados

Como :

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

$$a = \frac{v - v_0}{t - t_0}$$

Fazendo  $t_0 = 0$ , temos

$$V = V_0 + at$$

Como já sabemos a respeito da aceleração, sabemos também que num movimento que há aceleração constante as posições não são constantes para tempos iguais.

Para sabermos a posição que um móvel com aceleração escalar ocupa podemos mostrar que a função horária do MUV é uma função do 2º grau em  $t$  do tipo

$$S = S_0 + v_0 t + \frac{a}{2} t^2$$

## ➤ EQUAÇÃO DE TORRICELLI

Pegando a equação:

$$V = V_0 + at$$

E elevando todos os membros ao quadrado temos:

$$V^2 = v_0^2 + 2atv_0 + a^2t^2$$

$$V^2 = v_0^2 + 2a\left(v_0t + \frac{a}{2}t^2\right)$$

Comparando com a função horaria

$$S = S_0 + v_0t + \frac{a}{2}t^2$$

Temos

$$V^2 = v_0^2 + 2a(S - S_0)$$

Ou

$$V^2 = v_0^2 + 2a\Delta S$$

## OBJETOS EM QUEDA LIVRE

Em varios momentos na natureza vemos movimentos de queda livre, como por exemplo, uma fruta que cai do pomar, um vaso de planta que cai da janela e mais claramente uma gota de agua saindo da torneira.

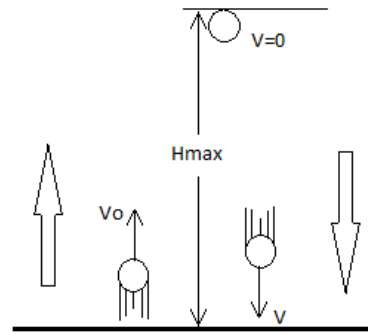
Para este estudo necessitaremos de desprezar a resistencia que o ar impõe aos movimentos.

A aceleração do movimento vertical de um corpo no vácuo é denominada **aceleração da gravidade** e é indicada por  $g$ . Como os movimentos acontecem proximos a superfície terrestre, a aceleração da gravidade é constante, por isso podemos considerar este tipo de movimento como uniformemente variado (MUV).

$$g = 9,80665 \text{ m/s}^2$$

Em nossos estudos para facilitar nossos calculos adotaremos a aceleração da gravidade no valor de  $10\text{m/s}^2$ .

Iniciando nossas considerações, podemos observar que quando lançamos um corpo para cima ele tende a diminuir sua velocidade e quando ele é solto em queda livre sua velocidade aumenta a cada segundo.



Na figura acima temos um corpo lançado livremente para cima com velocidade inicial  $V_0$ , após um determinado tempo notamos que o corpo atinge um altura máxima e tendo sua velocidade igual a zero. Após este ponto de altura máximo a corpo retorna com velocidade variavel  $V$  devido a ação da aceleração da gravidade.

## FUNÇÕES HORARIAS DO MOVIMENTO DE QUEDA LIVRE

$$S = S_0 + v_0t + \frac{a}{2}t^2$$

$$V^2 = v_0^2 + 2a\Delta S$$

$$V = V_0 + at$$

$$a = \pm g$$

**OU SEJA:** são as mesmas funções horarias estudadas ate o momento!!!!!!!!!!!!!!

OBS: é muito comum quando lidamos com movimentos na vertical trocar-se  $S$  por  $H$  e  $S_0$  por  $V_0$ .

Então a primeira expressão ficaria:

$$H = H_0 + v_0t + \frac{g}{2}t^2$$

E a equação de Torricelli:

$$V^2 = v_0^2 + 2g\Delta H$$

## GRAFICOS DO MUV

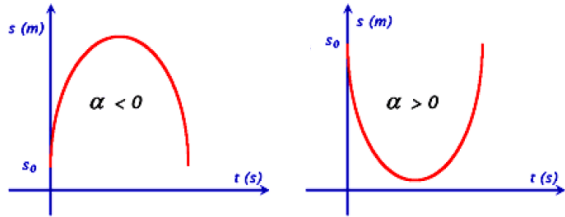
$S = f(t)$

$$S = S_0 + v_0t + \frac{a}{2}t^2$$

A função horaria acima é uma função muito similar a uma equação do segundo grau:

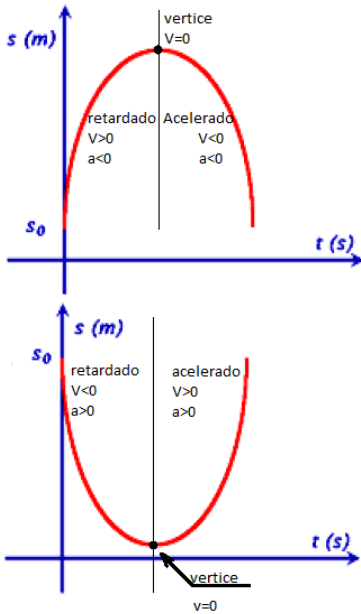
$$y = ax^2 + bx + c$$

Assim podemos concluir que o gráfico da função horaria  $S=f(t)$  será uma parábola:



Onde a concavidade será determinada pelo sinal da aceleração escalar.

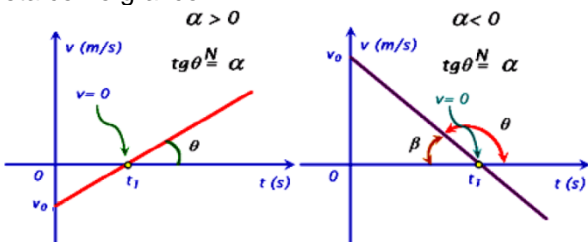
Analisando quanto ao tipo de movimento temos:



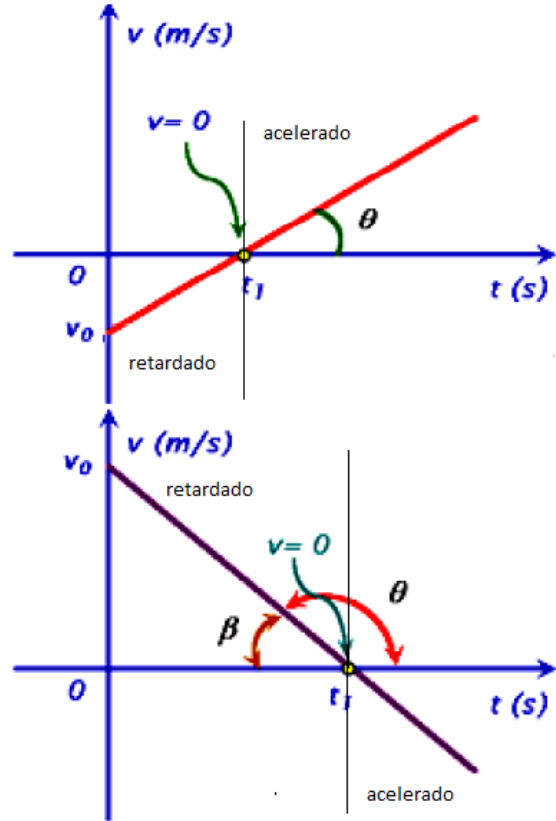
$V = f(t)$

$$V = V_0 + at$$

Comparando a função acima, temos uma equação do primeiro grau, portanto teremos uma reta como gráfico.

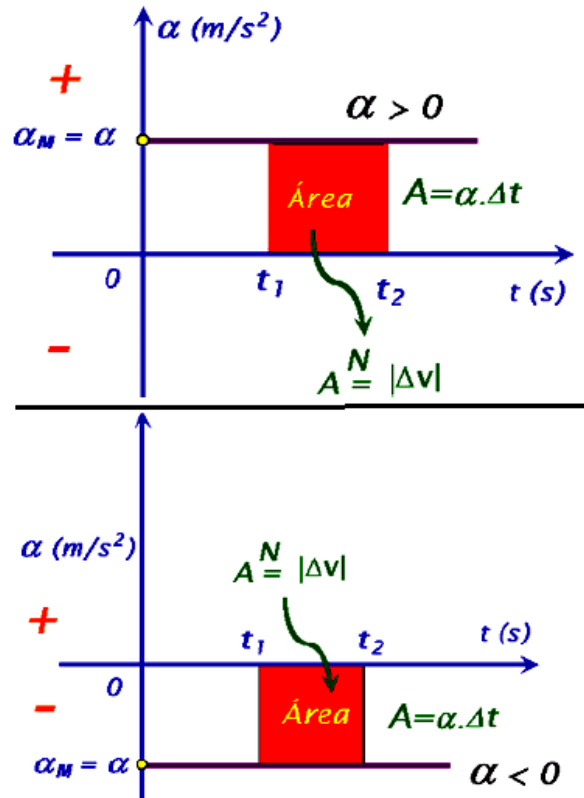


Analisando quanto ao tipo de movimento:



$a = f(t)$

No MUV a aceleração escalar é uma função constante com o tempo, podendo ser positiva ou negativa.



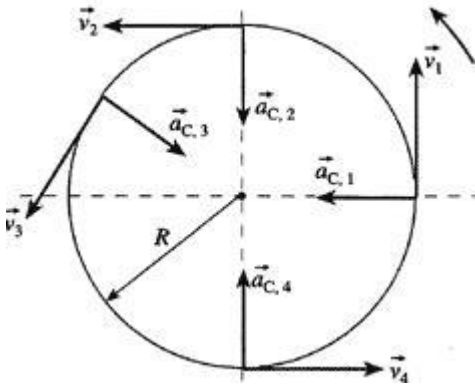
## MOVIMENTO CIRCULAR UNIFORME(MCU)

A velocidade vetorial  $\vec{v}$  tem módulo constante, pois o movimento é uniforme; logo, a aceleração tangencial  $\vec{a}_t$  é nula. Por outro lado, a velocidade vetorial  $\vec{v}$  varia em direção, pois a trajetória é curva.

Consequentemente, a aceleração centrípeta (aceleração que aponta para o centro de curvatura) sendo não nula, seu módulo será dado por:

$$|\vec{a}_{cp}| = \frac{V^2}{R}$$

E será constante, pois a velocidade escalar  $v$  e o raio  $r$  são constantes. A aceleração centrípeta, porém, varia em direção e sentido



Posteriormente estaremos estudando os movimentos circular e suas características.

## EXERCICIOS

01. (FUVEST) Um veículo parte do repouso em movimento retilíneo e acelera com aceleração escalar constante e igual a  $2,0 \text{ m/s}^2$ . Pode-se dizer que sua velocidade escalar e a distância percorrida após  $3,0$  segundos, valem, respectivamente:

- a)  $6,0 \text{ m/s}$  e  $9,0\text{m}$ ;
- b)  $6,0\text{m/s}$  e  $18\text{m}$ ;
- c)  $3,0 \text{ m/s}$  e  $12\text{m}$ ;
- d)  $12 \text{ m/s}$  e  $35\text{m}$ ;
- e)  $2,0 \text{ m/s}$  e  $12 \text{ m}$

RESPOSTA: A

02. (FUND. CARLOS CHAGAS) Dois móveis A e B movimentam-se ao longo do eixo  $x$ , obedecendo às equações móvel A:  $x_A = 100 + 5,0t$  e móvel B:  $x_B = 5,0t^2$ , onde  $x_A$  e  $x_B$  são medidos em  $\text{m}$  e  $t$  em  $\text{s}$ . Pode-se afirmar que:

- a) A e B possuem a mesma velocidade;
- b) A e B possuem a mesma aceleração;
- c) o movimento de B é uniforme e o de A é acelerado;
- d) entre  $t = 0$  e  $t = 2,0\text{s}$  ambos percorrem a mesma distância;
- e) a aceleração de A é nula e a de B tem intensidade igual a  $10 \text{ m/s}^2$ .

RESPOSTA: E

03. (MACKENZIE) Um móvel parte do repouso com aceleração constante de intensidade igual a  $2,0 \text{ m/s}^2$  em uma trajetória retilínea. Após  $20\text{s}$ , começa a frear uniformemente até parar a  $500\text{m}$  do ponto de partida. Em valor absoluto, a aceleração de freada foi:

- a)  $8,0 \text{ m/s}^2$
- b)  $6,0 \text{ m/s}^2$
- c)  $4,0 \text{ m/s}^2$
- d)  $2,0 \text{ m/s}^2$
- e)  $1,6 \text{ m/s}^2$

RESPOSTA: A

04. (UFMA) Uma motocicleta pode manter uma aceleração constante de intensidade  $10 \text{ m/s}^2$ . A velocidade inicial de um motociclista, com esta motocicleta, que deseja percorrer uma distância de  $500\text{m}$ , em linha reta, chegando ao final desta com uma velocidade de intensidade  $100 \text{ m/s}$  é:

- a) zero
- b)  $5,0 \text{ m/s}$
- c)  $10 \text{ m/s}$
- d)  $15 \text{ m/s}$
- e)  $20 \text{ m/s}$

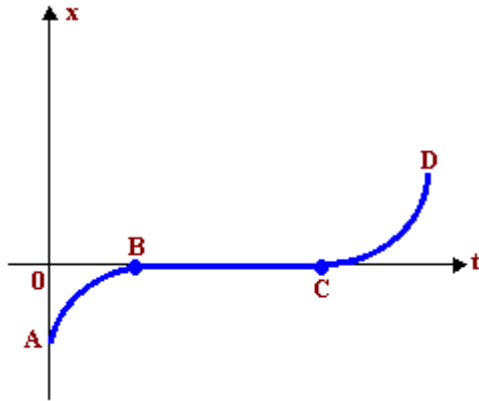
RESPOSTA: A

05. (UFPA) Um ponto material parte do repouso em movimento uniformemente variado e, após percorrer  $12 \text{ m}$ , está animado de uma velocidade escalar de  $6,0 \text{ m/s}$ . A aceleração escalar do ponto material, em  $\text{m/s}$  vale:

- a)  $1,5$
- b)  $1,0$
- c)  $2,5$
- d)  $2,0$
- e) n.d.a.

RESPOSTA: A

06. ( UNIP) Na figura representamos a coordenada de posição  $x$ , em função do tempo, para um móvel que se desloca ao longo do eixo  $Ox$ .



Os trechos AB e CD são arcos de parábola com eixos de simetria paralelos ao eixo das posições. No intervalo de tempo em que o móvel se aproxima de origem dos espaços o seu movimento é:

- uniforme e progressivo;
- retrógrado e acelerado;
- retrógrado e retardado;
- progressivo, retardado e uniformemente variado;
- progressivo, acelerado e uniformemente.

RESPOSTA: D

07. (PUCC) Um vaso de flores cai livremente do alto de um edifício. Após ter percorrido 320cm ele passa por um andar que mede 2,85 m de altura. Quanto tempo ele gasta para passar por esse andar? Desprezar a resistência do ar e assumir  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

- 1,0s
- 0,80s
- 0,30s
- 1,2s
- 1,5s

RESPOSTA: C

08. (PUCC) Duas bolas A e B, sendo a massa de A igual ao dobro da massa de B, são lançadas verticalmente para cima, a partir de um mesmo plano horizontal com velocidades iniciais. Desprezando-se a resistência que o ar pode oferecer, podemos afirmar que:

- o tempo gasto na subida pela bola A é maior que o gasto pela bola B também na subida;
- a bola A atinge altura menor que a B;
- a bola B volta ao ponto de partida num tempo menor que a bola A;
- as duas bolas atingem a mesma altura;
- os tempos que as bolas gastam durante as subidas são maiores que os gastos nas descidas.

RESPOSTA: D

09. (UFPR) Um corpo é lançado verticalmente para cima, atinge certa altura, e desce. Levando-se em conta a resistência do ar, pode-se afirmar que o módulo de sua aceleração é:

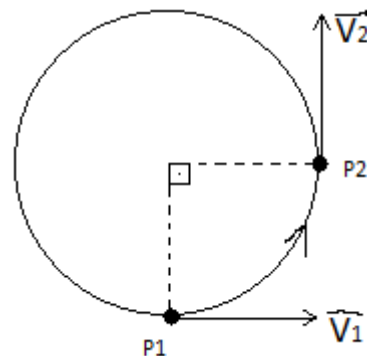
- maior, quando o corpo estiver subindo;
- maior, quando o corpo estiver descendo;
- igual ao da aceleração da gravidade, apenas quando o corpo estiver subindo;
- o mesmo, tanto na subida quanto na descida;
- igual ao da aceleração da gravidade, tanto na subida quanto na descida.

RESPOSTA: A

10. (UCPR) Num local onde a aceleração da gravidade vale  $10 \text{ m/s}^2$  uma pedra é abandonada de um helicóptero no instante em que este está a uma altura de 1000m em relação ao solo. Sendo 20s o tempo que a pedra gasta para chegar ao solo, pode-se concluir que no instante do abandono da pedra o helicóptero: (Desprezam-se as resistências passivas)

- subia
- descia
- estava parado
- encontrava-se em situação indeterminada face aos dados;
- esta situação é impossível fisicamente

11. Uma partícula realiza um movimento circular uniforme, no sentido anti horário, com velocidade escalar  $8 \text{ m/s}$



12. Ao passar do ponto P1 ao ponto P2, decorre um intervalo de tempo de  $4 \text{ s}$ . É correto afirmar que o módulo da aceleração vetorial média entre as posições P1 e P2 é igual a

- $2\sqrt{2} \text{ m/s}^2$
- $2 \text{ m/s}^2$
- $1 \text{ m/s}^2$
- $\sqrt{2} \text{ m/s}^2$
- zero

RESPOSTA A

13. (UFPA) Uma partícula percorre, com movimento uniforme, uma trajetória não retilínea. Em cada instante teremos

- a) Os vetores velocidade e aceleração são paralelos entre si  
 b) A velocidade vetorial é nula  
 c) Os vetores velocidade e aceleração são perpendiculares entre si  
 d) Os vetores velocidade e aceleração tem direções independentes  
 e) Suas acelerações tangencial e resultante são iguais em modulo.

RESPOSTA C

(PUC-SP) Esta explicação refere-se as questões I e II.

Um móvel parte do repouso e percorre uma trajetória circular de raio 100m, assumindo movimento uniformemente acelerado de aceleração escalar  $1\frac{1m}{s^2}$ .

I) As componentes tangencial e centrípeta da aceleração valem respectivamente

- a)  $1m/s^2$  e  $10m/s^2$   
 b)  $10 m/s^2$  e  $1 m/s^2$   
 c)  $10 m/s^2$  e  $10 m/s^2$   
 d)  $10 m/s^2$  e  $100 m/s^2$   
 e)  $1 m/s^2$  e  $1 m/s^2$

RESPOSTA E

II) O ângulo formado entre a aceleração total e o raio da trajetória no instante  $t = 10s$  vale

- a)  $180^\circ$   
 b)  $90^\circ$   
 c)  $60^\circ$   
 d)  $45^\circ$   
 e)  $30^\circ$

RESPOSTA D

## CAPÍTULO 4 – LANÇAMENTOS HORIZONTAIS E OBLIQUOS

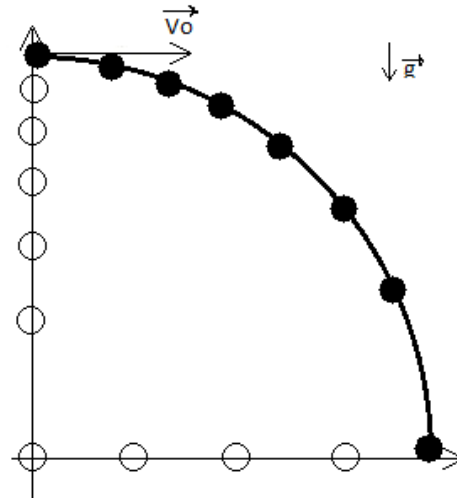
Estudando os problemas relativos a um movimento composto, isto é, resultante de uma composição de dois ou mais movimentos, Galileu propôs o **princípio da simultaneidade** ou **princípio da independência dos movimentos**.

Se um movel apresenta um movimento composto, cada um dos movimentos componentes se realiza como se os demais não existissem e no mesmo intervalo de tempo.

### LANÇAMENTO HORIZONTAL

Quando um corpo é lançado horizontalmente no vácuo, ele descreve, em relação a Terra, **uma trajetória parabólica**.

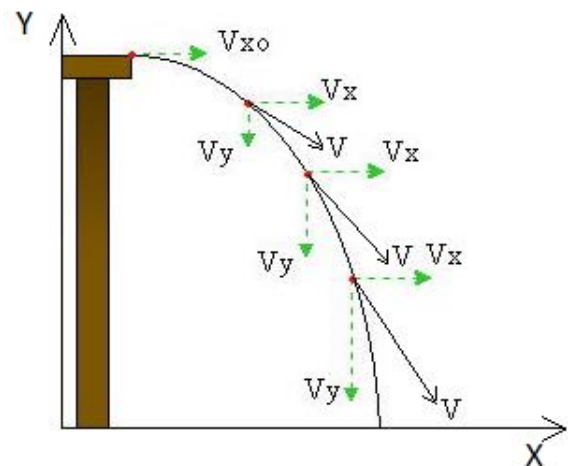
Esse movimento pode ser considerado de acordo com o princípio da independência como o resultado da composição de dois movimentos simultâneos e independente: QUEDA LIVRE e MOVIMENTO HORIZONTAL.



Na figura acima, podemos notar que verticalmente temos um movimento em queda livre, e horizontalmente temos um movimento com velocidade constante.

No exemplo abaixo o lançamento esta representado com o diagrama vetorial, onde são mostradas as varias posições do vetor velocidade.

Se notarmos, vemos que o vetor em X não sofre variação, enquanto o vetor em Y sofre variações devido a aceleração da gravidade.



Para calcularmos o vetor  $\vec{V}$ , realizamos a soma vetorial que já aprendemos anteriormente. Portanto:

$$\vec{V} = \vec{V}_0 + \vec{V}_y$$

orientamos nosso sistema para cima e positivo devemos assumir a seguinte convenção:

$$a = -g$$

### Altura máxima

No ponto mais alto ( ponto de retorno ) sabemos que  $V_y = 0$ , e neste ponto chamaremos  $y = H$  ( ponto de altura máxima.

Pela equação de Torricelli temos

$$V^2 = V_{0y}^2 + 2ay$$

$$0 = V_{0y}^2 + 2(-g)H$$

$$2gH = V_{0y}^2 \rightarrow H = \frac{V_{0y}^2}{2g}$$

Mas como já dissemos logo acima  $V_{0y} = V_0 \text{sen}\theta$  então  $V_{0y}^2 = V_0^2 \text{sen}^2\theta$

Assim:

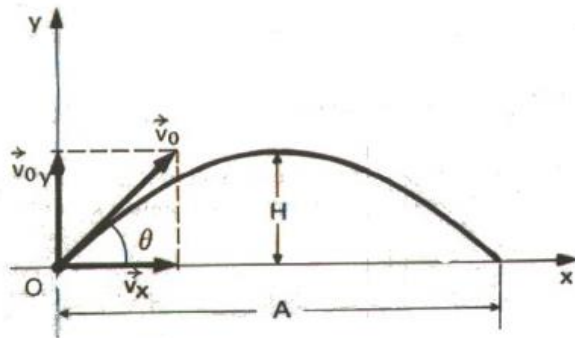
$$H = \frac{V_0^2 \text{sen}^2\theta}{2g}$$

Agora vamos analisar o movimento na horizontal:

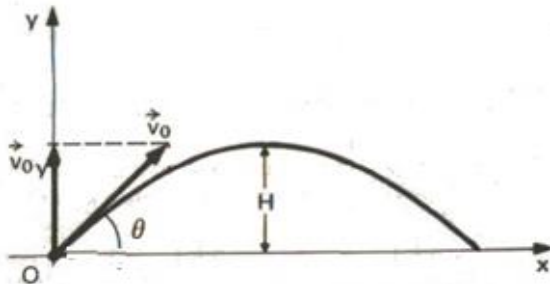
## LANÇAMENTO OBLIQUO

Considere um corpo sendo lançado com velocidade  $\vec{V}_0$  numa direção que forma com a horizontal um ângulo  $\theta$  (ângulo de tiro). Desprezando a resistência do ar, o movel fica sob a ação exclusiva de seu peso e sujeito apenas, portanto, a aceleração da gravidade.

A distancia horizontal que o corpo percorre desde o lançamento ate o instante em que retorna ao nivel horizontal do lançamento é denominado **alcance A**. O máximo deslocamento do movel na direção verical chama-se **altura máxima H** do lançamento.



Analisando o movimento na vertical temos:



$$V_{0y} = V_0 \text{sen}\theta$$

Como na vertical estamos sujeitos a somente a ação da gravidade,  $\vec{V}_{0y}$  irá diminuir a medida que o corpo sobe, e depois aumentará a medida que o corpo desce.

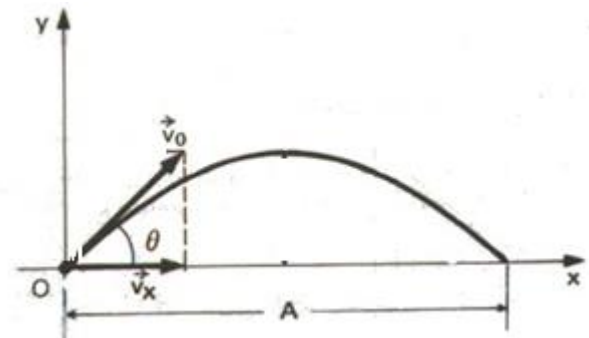
Para este movimento, temos as seguintes funções horarias:

$$y = V_{0y}t + \frac{at^2}{2}$$

$$V_y = V_{0y} + at$$

$$V_y^2 = V_{0y}^2 + 2ay$$

Como bem sabemos, que a ação da gravidade é um fenomeno que atrai os corpos, quando



$$V_x = V_0 \cos\theta$$

Como na horizontal o movimento não esta sob influencia da aceleração da gravidade, concluímos que este movimento sera com velocidade constante.

$$\vec{V}_x = \text{Constante}$$

Logo, quando o movel retorna ao nivel de lançamento:  $V_y = -V_{0y}$

Assim:

$$V_y = V_{0y} + at, \text{ tendo } a = -g$$

$$-V_{0y} = V_{0y} - gt$$

$$t = \frac{2V_{0y}}{g}$$

Da equação acima, acabamos de deduzir o tempo de voo total do projétil.

Durante este tempo o móvel alcançará a distância máxima (alcance;  $x = A$ ).

Como

$$X = V_x t$$

$$A = V_x \frac{2V_{0y}}{g} \quad \begin{cases} V_{0y} = V_0 \operatorname{sen}\theta \\ V_x = V_0 \operatorname{cos}\theta \end{cases}$$

$$A = V_0 \operatorname{cos}\theta \frac{V_0 \operatorname{sen}\theta}{g}$$

Como:  $2 \operatorname{sen}\theta \operatorname{cos}\theta = \operatorname{sen}2\theta$

Temos

$$A = \frac{V_0^2 \operatorname{sen}2\theta}{g}$$

Com a equação acima nós facilmente acabamos de encontrar o alcance máximo que um projétil disparado sob um ângulo com a horizontal pode alcançar!!

## EXERCÍCIOS

**01.** Um projétil é lançado com velocidade inicial de intensidade igual a 50 m/s. A trajetória faz na origem um ângulo de  $37^\circ$  com a horizontal. As intensidades da velocidade e da aceleração no ponto mais alto da trajetória são:

**Dados:**  $\operatorname{sen} 37^\circ = 0,60$ ;  $\operatorname{cos} 37^\circ = 0,80$ ;  $g = 10 \text{ m/s}^2$

**Despreza-se o efeito do ar.**

- a)  $v = 40 \text{ m/s}$ ;  $a = \text{zero}$ ;
- b)  $v = \text{zero}$ ;  $a = \text{zero}$ ;
- c)  $v = 40 \text{ m/s}$ ;  $a = 10 \text{ m/s}^2$ ;
- d)  $v = 30 \text{ m/s}$ ;  $a = \text{zero}$ ;
- e)  $v = \text{zero}$ ;  $a = 10 \text{ m/s}^2$ .

**RESPOSTA: C**

**02.** Em um local onde o efeito do ar é desprezível e  $g = 10 \text{ m/s}^2$  um nadador salta de um trampolim de 12m de altura e atinge a água a uma distância de 6,0 m, medida horizontalmente da borda do trampolim, em um intervalo de tempo de 2,0s. A velocidade do nadador no instante do salto tem intensidade igual a:

- a) 3,0 m/s
- b) 4,0 m/s
- c) 1,0 m/s
- d) 5,0 m/s

e) 7,0 m/s

**RESPOSTA: D**

**03.** (UECE) Num lugar em que  $g = 10 \text{ m/s}^2$ , lançamos um projétil com a velocidade de 100 m/s e formando com a horizontal um ângulo de elevação de  $30^\circ$ . A altura máxima será atingida após:

- a) 3s
- b) 4s
- c) 5s
- d) 10s
- e) 15s

**RESPOSTA: C**

**04.** (FEI) Um projétil é lançado a partir do solo, com velocidade de intensidade  $v_0 = 100 \text{ m/s}$ . Quando retorna ao solo, sua distância ao ponto de lançamento (alcance) é de 1000 m. A menor velocidade do projétil durante seu movimento é aproximadamente:

- a) zero;
- b) 100 m/s
- c) 87 m/s
- d) 70 m/s
- e) 50 m/s

**RESPOSTA: D**

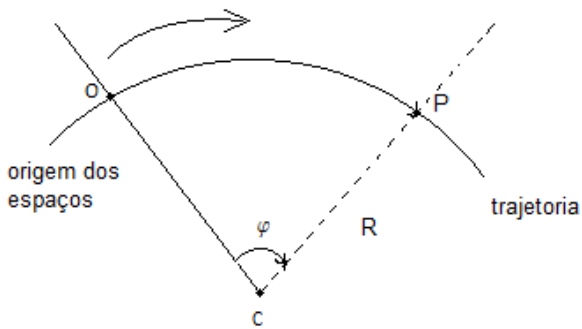
**05.** Ganhou destaque no voleibol brasileiro a jogada denominada "jornada nas estrelas", na qual a bola arremessada de um lado da quadra sobe cerca de 20 m de altura antes de chegar ao adversário do outro lado. Quanto tempo, em segundos, a bola permanece no ar? Adote  $g = 10 \text{ m/s}^2$  e não considere o efeito do ar.

- a) 20
- b) 10
- c) 5,0
- d) 4,0
- e) 2,0

**RESPOSTA: D**

## CAPÍTULO 5 – MOVIMENTOS CIRCULARES

Quando os móveis descrevem trajetórias circulares, podemos determinar suas posições e por meios de ângulos centrais  $\varphi$  em qualquer lugar no espaço P do móvel em cada instante; o ângulo  $\varphi$  localiza P e, por isso é chamado de **espaço angular**. O espaço s é chamado de espaço linear para diferenciar do espaço angular  $\varphi$ .

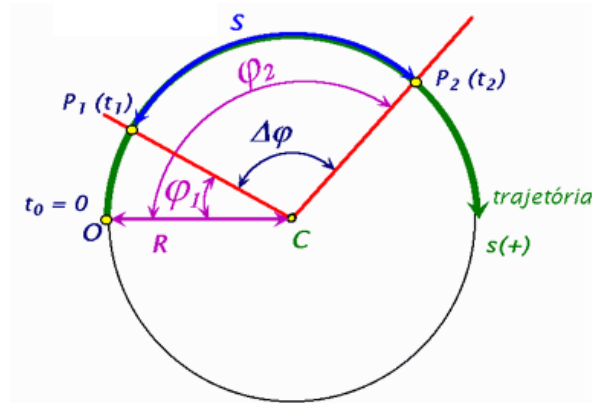


Assim concluímos que

$$s = \varphi \cdot R$$

Comparando com o que aprendemos até agora,, podemos comparar a velocidade e aceleração escalar, definimos a **velocidade angular**  $\omega$  e a **aceleração angular**  $\gamma$

### VELOCIDADE ANGULAR



seja  $\varphi_1$  o espaço angular de um móvel, num instante  $t_1$  e  $\varphi_2$ , o espaço angular num instante posterior a  $t_2$ .

Para o intervalo de tempo  $\Delta t = t_2 - t_1$ , a variação de espaço angular  $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$ . Assim a velocidade angular média  $\omega_m$ , no intervalo de tempo, será:

$$\omega_m = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$$

A velocidade angular instantânea

$$\omega_{ins} = \frac{\varphi}{t}$$

Como sabemos;

$$S_1 = \varphi_1 R$$

$$S_2 = \varphi_2 R$$

$$S_2 - S_1 = (\varphi_2 - \varphi_1)R$$

$$\Delta S = \Delta\varphi R$$

Dividindo ambos os membros por  $\Delta t$ ;

$$\frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{\Delta\varphi R}{\Delta t}$$

A relação  $\frac{\Delta S}{\Delta t}$  nos retoma o conceito de velocidade média.

$$V_m = \omega_m R$$

$$V_{ins} = \omega R$$

### ACELERAÇÃO ANGULAR MEDIA ( $\gamma_m$ )

Seja  $\omega_1$  a velocidade angular de um móvel num instante  $t_1$  e  $\omega_2$  a velocidade angular num instante posterior  $t_2$ . No intervalo  $\Delta t = t_2 - t_1$ , a variação de velocidade angular  $\Delta v = \omega_2 - \omega_1$  temos:

$$\gamma_m = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$$

### ACELERAÇÃO ANGULAR INSTANTANEA

$$\gamma_{ins} = \frac{\omega}{t}$$

Como sabemos,

$$V_1 = \omega_1 R$$

$$V_2 = \omega_2 R$$

Como  $\Delta V = V_1 - V_2 = (\omega_2 - \omega_1)R$

Temos que

$$\Delta V = \Delta\omega R$$

Dividindo os membros por  $\Delta t$

$$\frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{\Delta\omega R}{\Delta t}$$

Como  $\frac{\Delta V}{\Delta t}$  é a aceleração escalar temos:

$$a_m = \gamma_m R$$

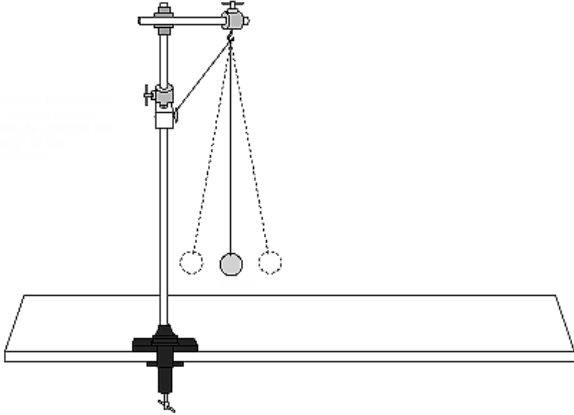
Assim, a aceleração escalar instantânea será

$$a_{ins} = \gamma R$$

## PERIODO E FREQUENCIA

Na natureza, naturalmente existem muitos fenômenos que se repetem durante um certo intervalo, como por exemplo as estações do ano, o jornal na TV, etc

Para estes fenômenos que acontecem freqüentemente dizemos que é um fenômeno **periódico** que se repete identicamente em intervalos de tempo sucessivos e iguais. O **período** (T) é o menor intervalo de tempo da repetição do fenômeno.



Num fenômeno periódico, chama-se **freqüência** (f) o numero de vezes em que fenômeno se repete na unidade de tempo. Por exemplo, a freqüência escolar de um estudante é o numero de vezes em que ele compareceu a sala de aula na unidade de tempo (um mês)

O período e a freqüência se relacionam de forma simples:

INTERVALO DE TEMPO	N° DE VEZES QUE O FENOMENTO ACONTECE
(período) T	1(vez)
(unidade de tempo) 1	1 (vez) (freqüencia)

$fT = 1$

$$f = \frac{1}{T}$$

Ou

$$T = \frac{1}{f}$$

Embasados nos conceitos acima podemos concluir que o movimento circular uniforme (MCU) é um movimento periódico. Seu período (T) é o intervalo de tempo de uma volta completa.

A função horária do movimento é:

$$S = S_0 + vt$$

Dividindo todos os membros pelo raio(R) temos

$$\frac{S}{R} = \frac{S_0}{R} + \frac{vt}{R}$$

Como sabemos  $\varphi = \frac{S}{R}$ ,  $\varphi_0 = \frac{\varphi_0}{R}$  e  $\omega = \frac{v}{R}$

Temos:

$$\varphi = \varphi_0 + \omega t$$

A equação acima é dita a **função horária do MCU**

Tomando  $\varphi_0 = 0$ , quando o móvel completa uma volta tem-se que  $\varphi = 2\pi \text{ rad}$  e  $t = T$

Teremos:

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

Ou simplesmente

$$\omega = 2\pi f$$

Como o movimento é circular e uniforme =, a aceleração vetorial é a aceleração centrípeta, sendo assim seu modulo será:

$$|\vec{a}_{cp}| = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R$$

## EXERCICIOS

**01.** (FUND. CARLOS CHAGAS) Uma partícula executa um movimento uniforme sobre uma circunferência de raio 20 cm. Ela percorre metade da circunferência em 2,0 s. A freqüência, em hertz, e o período do movimento, em segundos, valem, respectivamente:

- a) 4,0 e 0,25
- b) 2,0 e 0,50
- c) 1,0 e 1,0
- d) 0,50 e 2,0
- e) 0,25 e 4,0

**RESPOSTA: E**

**02.** (FUND. CARLOS CHAGAS) Uma roda gira em torno de seu eixo, de modo que um ponto de sua periferia executa um movimento circular

uniforme. Excetuando o centro da roda, é correto afirmar que:

- a) todos os pontos da roda têm a mesma velocidade escalar;
- b) todos os pontos da roda têm aceleração centrípeta de mesmo módulo;
- c) o período do movimento é proporcional à frequência;
- d) todos os pontos da roda têm a mesma velocidade angular;
- e) o módulo da aceleração angular é proporcional à distância do ponto ao centro da roda.

**RESPOSTA: D**

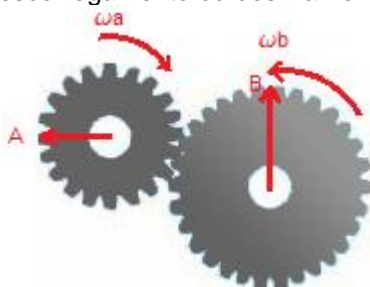
**03.** (FAAP) Dois pontos A e B situam-se respectivamente a 10 cm e 20 cm do eixo de rotação da roda de um automóvel em movimento uniforme. É possível afirmar que:

- a) O período do movimento de A é menor que o de B.
- b) A frequência do movimento de A é maior que a de B.
- c) A velocidade angular do movimento de B é maior que a de A.
- d) As velocidades angulares de A e B são iguais.
- e) As velocidades lineares de A e B têm mesma intensidade.

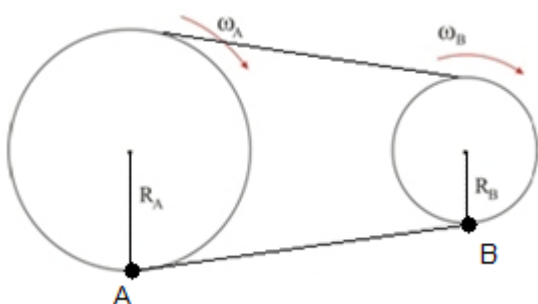
**RESPOSTA: D**

### ACOPLAMENTO DE POLIAS

É possível efetuar transmissão de movimento circular entre duas rodas, dois discos ou duas polias empregando dois procedimentos básicos, encostando-os ou simplesmente os unindo por meio de uma correia ou corrente, para que isso aconteça, é importante que não haja escorregamento ou deslizamento.



Transmissão por acoplamento



### Acoplamento por correia

Na transmissão por contato há inversão no sentido do movimento, o que não ocorre na transmissão por corrente (ou correia). No entanto, as velocidades lineares dos pontos periféricos das duas rodas, em cada instante, têm o mesmo módulo em ambas as situações. Assim, considerando os pontos A e B citados nas figuras acima:

$$V_A = V_B$$

Os raios das rodas e, portanto, dos movimentos descritos pelos pontos A e B são  $R_A$  e  $R_B$ , respectivamente. Sendo  $\omega_A$  e  $\omega_B$  as correspondentes velocidades angulares:

$$V_A = \omega_A R_A \text{ e } V_B = \omega_B R_B$$

Como as velocidades  $V_A = V_B$

$$\omega_A R_A = \omega_B R_B$$

Assim podemos concluir que as velocidades angulares das rodas são inversamente proporcionais aos respectivos raios. Essa proporcionalidade inversa em relação aos raios vale também para as frequências  $f_A$  e  $f_B$

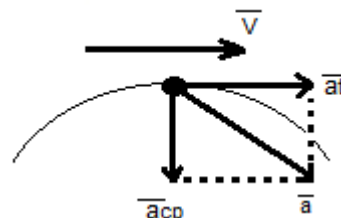
$$f_A R_A = f_B R_B$$

### MOVIMENTO CIRCULAR UNIFORMEMENTE VARIADO (MCUV)

O movimento circular uniformemente variado MCVU **não é um movimento periódico**, pois o módulo de sua velocidade varia e, portanto, o tempo de cada volta na circunferência é variável.

O móvel que descreve este movimento possui aceleração centrípeta ( $|\vec{a}_{cp}| = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R$ ) e aceleração tangencial ( $|\vec{a}_t| = |a|$ ).

A aceleração total  $\vec{a}$  é a soma vetorial de  $\vec{a}_{cp}$  com  $\vec{a}_t$



### EXERCÍCIOS

01. (Vunesp) Uma gota de tinta cai a 5cm do centro de um disco que está girando a 30 rpm. As velocidades angular e linear da mancha provocada pela tinta são respectivamente iguais a

- a)  $\pi$  rad/s e  $5\pi$  cm/s
- b)  $4\pi$  rad/s e  $20\pi$  cm/s
- c)  $5\pi$  rad/s e  $25\pi$  cm/s
- d)  $8\pi$  rad/s e  $40\pi$  cm/s
- e)  $10\pi$  rad/s e  $50\pi$  cm/s

#### RESPOSTA A

02. (PUC-RJ) um disco esta girando com uma rotação constante em torno de um eixo vertical que passa pelo seu centro. Um certo ponto Q esta duas vezes mais afastado deste centro do que um outro ponto P. a velocidade angular Q, num certo instante, é:

- a) A mesma que de P
- b) Duas vezes maior que a de P
- c) Metade da de P
- d) Quatro vezes maior que a de P
- e) Um quarto da de P

#### RESPOSTA A

03. (Furg-SP) A frequência de rotação das pás de um ventilador é 600 rotações por minuto. O diâmetro formado pelo giro das pás é de 40cm. Qual o valor da aceleração centrípeta dos pontos da periferia em  $m/s^2$

#### RESPOSTA B

- a)  $60\pi^2$
- b)  $80\pi^2$
- c)  $600\pi^2$
- d)  $700\pi^2$
- e)  $800\pi^2$

## CAPITULO 6

### DINAMICA

A dinâmica estuda os movimentos e suas causas que os produzem ou os modificam.

Inicialmente devemos distinguir dois conceitos que são totalmente diferentes porem nos confunde com frequência.

### MASSA E FORÇA

Massa é uma grandeza que atribuímos a cada corpo obtida pela comparação do corpo com um padrão, um exemplo é a velha balança onde de um lado colocamos um determinado corpo e do outro colocamos corpos dos quais conhecemos sua massa.

Em dinâmica alem da noção de massa, há também a noção de **força**. A primeira noção de força que esta associada é a força muscular. Quando empurramos um objeto, exercemos força sobre ele. Dentre as forças produzidas de outras maneiras, podemos citar como exemplo a força de ação do vento. A força de atração da gravidade, das cargas elétricas etc.

### NEWTON E SUAS IDEIAS INOVADORAS

A idéia de movimento vem de muito tempo do surgimento de *Isaac Newton*.

Galileu Galilei (1564-1642) constatou que **poderia haver movimento mesmo na ausência de forças**.

Isaac Newton (1642-1727) aceitou e aprimorou a idéia proposta por Galileu, em sua grande obra *Princípios de Filosofia Natura*, enunciou três leis fundamentais do movimento, muito conhecidas como as **três leis de Newton**

### 1ª LEI DE NEWTON – PRINCÍPIO DA INÉRCIA

A primeira lei de Newton é uma confirmação é uma confirmação dos estudos realizados por Galileu.

Um ponto material é chamado isolado quando não existem forças atuando nele ou quando as forças aplicadas ao ponto têm soma vetorial nula.

A primeira lei de Newton diz que quando a soma vetorial de um ponto material é nula, este corpo estará em movimento uniforme constante ou parado.

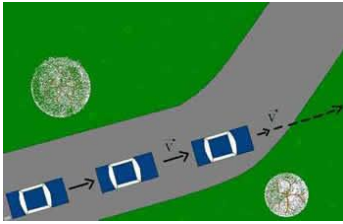
#### **Inércia:**

Ao estado de repouso ou MRU, o ponto material tende a manter sua velocidade constante, essa característica de não alterar a velocidade é chama de **inércia**.



Como na figura acima podemos ver que quando o ônibus reduziu sua velocidade bruscamente os passageiros que estavam parados em relação a quem estava dentro do ônibus e em movimento para quem estava do

lado de fora do ônibus continuaram a se mover.



O carro tende a continuar seu movimento saindo pela tangente da curva

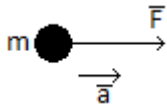
**PRINCIPIO FUNDAMENTAL DA DINAMICA (2ª LEI DE NEWTON)**

Newton estabeleceu uma lei basica para a análise geral das causas dos movimentos, relacioando as forças aplicadas a um ponto material de massa  $m$  constante e as acelerações acelerações que provocam. Sendo  $\vec{F}_R$  a soma resultante das forças aplicadas e  $\vec{a}$  a aceleração adquirida, a **segunda lei de Newton** estabelece

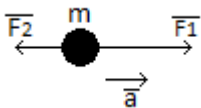
$$\vec{F}_R = m\vec{a}$$

A fomula acima significa que a força resultante  $\vec{F}_R$  produz uma aceleração com mesma direção e mesmo sentido da força resultante e suas intencidades são proporcionais.

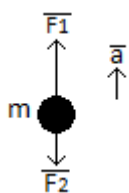
Devemos lembrar que este principio so é valido é referenciais inerciais.



$$F_R = F = ma$$

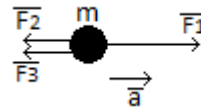


$$\begin{aligned} F_R &= ma \\ F_R &= F_1 - F_2 \\ F_1 - F_2 &= ma \end{aligned}$$



$$F_R = ma$$

$$\begin{aligned} F_R &= F_1 - F_2 \\ F_1 - F_2 &= ma \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} F_R &= ma \\ F_R &= F_1 - F_2 - F_3 \\ F_1 - F_2 - F_3 &= ma \end{aligned}$$

**PESO E FORÇA PESO**

Quanto você pesa????????

Esta é uma pergunta natural de ser feita, ou respondida.

Porem quando nos referimos ao nosso peso estamos nos referindo de forma errada. A balança tem como característica medir a sua **massa** corporal em kilogramas.

Quando nos referimos ao **peso** estamos relacionando a uma intensidade, ou seja, uma **força**.

Então como faço para medir meu peso?

Para a devida medição devemos usar o dinamômetro, um aparelho destinado a medição de intensidades de forças.



Balança



Dinamômetro

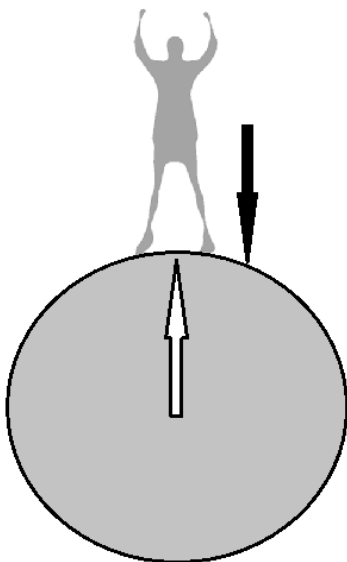
Quando um corpo esta em movimento esta sob ação exclusiva de seu peso  $\vec{P}$ , ele adquire uma aceleração denominada aceleração da gravidade  $\vec{g}$ . Sendo  $m$  a massa do corpo a equação fundamental da dinâmica

### 3º LEI DE NEWTON (PRINCÍPIO DA AÇÃO E REAÇÃO)

Sempre que dois corpos quaisquer A e B interagem, as forças exercidas são mútuas. Tanto A exerce força em B quanto B exerce força em A. A interação entre os corpos é regida pelo **princípio da ação-e-reação(ou terceira lei de Newton)**, como veremos no quadro abaixo:

Toda vez que um corpo exerce uma força  $\vec{F}_a$ , num corpo B, este também exerce em A uma força  $\vec{F}_b$ , tal que essas forças:

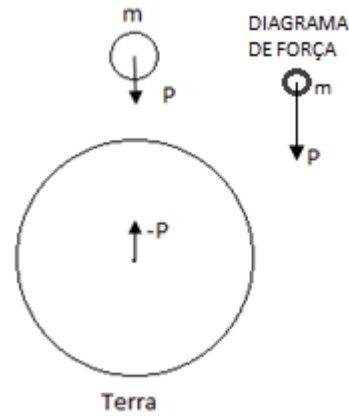
- Tem a mesma intensidade  $|\vec{F}_a| = |\vec{F}_b| = F$
- Tem a mesma direção
- Tem sentidos opostos
- Tem a mesma natureza, sendo ambas de campo ou ambas de contato



Conforme na figura acima podemos perceber a aplicação da terceira lei de Newton, se o homem exerce uma força sobre a Terra, então a Terra também exercerá uma força sobre o homem, mas o que podemos notar é que as forças são exercidas em corpos diferentes...e nunca no mesmo corpo!!

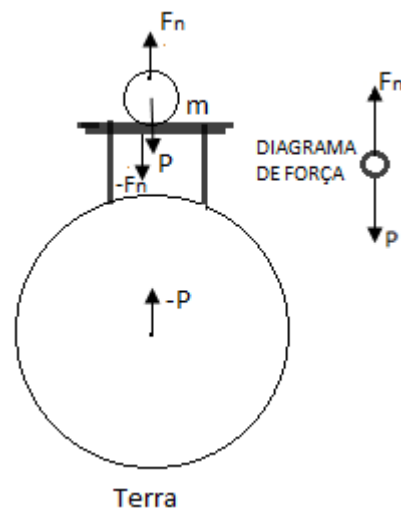
Vejamos agora algumas aplicações da terceira lei de Newton:

#### • FORÇA PESO (Força de campo)



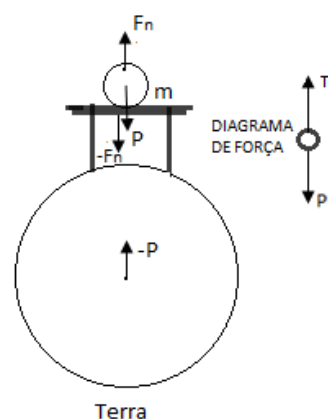
**OBS:** as forças P e  $-P$  possuem a mesma intensidade P, mas sentidos opostos

#### • FORÇA NORMAL (Força de contato)



A força normal é uma força que a superfície faz no corpo, SEMPRE sendo perpendicular.

#### • FORÇA DE TRAÇÃO



## EXERCÍCIOS

01. A respeito do conceito da inércia, assinale a frase correta:

- a) Um ponto material tende a manter sua aceleração por inércia.
- b) Uma partícula pode ter movimento circular e uniforme, por inércia.
- c) O único estado cinemático que pode ser mantido por inércia é o repouso.
- d) Não pode existir movimento perpétuo, sem a presença de uma força.
- e) A velocidade vetorial de uma partícula tende a se manter por inércia; a força é usada para alterar a velocidade e não para mantê-la.

RESPOSTA: E

02. (OSEC) O Princípio da Inércia afirma:

- a) Todo ponto material isolado ou está em repouso ou em movimento retilíneo em relação a qualquer referencial.
- b) Todo ponto material isolado ou está em repouso ou em movimento retilíneo e uniforme em relação a qualquer referencial.
- c) Existem referenciais privilegiados em relação aos quais todo ponto material isolado tem velocidade vetorial nula.
- d) Existem referenciais privilegiados em relação aos quais todo ponto material isolado tem velocidade vetorial constante.
- e) Existem referenciais privilegiados em relação aos quais todo ponto material isolado tem velocidade escalar nula.

RESPOSTA: D

03. Um homem, no interior de um elevador, está jogando dardos em um alvo fixado na parede interna do elevador. Inicialmente, o elevador está em repouso, em relação à Terra, suposta um Sistema Inercial e o homem acerta os dardos bem no centro do alvo. Em seguida, o elevador está em movimento retilíneo e uniforme em relação à Terra. Se o homem quiser continuar acertando o centro do alvo, como deverá fazer a mira, em relação ao seu procedimento com o elevador parado?

- a) mais alto;
- b) mais baixo;
- c) mais alto se o elevador está subindo, mais baixo se descendo;
- d) mais baixo se o elevador estiver descendo e mais alto se descendo;
- e) exatamente do mesmo modo.

RESPOSTA: E

04. (UNESP) As estatísticas indicam que o uso do cinto de segurança deve ser obrigatório para prevenir lesões mais graves em motoristas e

passageiros no caso de acidentes. Fisicamente, a função do cinto está relacionada com a:

- a) Primeira Lei de Newton;
- b) Lei de Snell;
- c) Lei de Ampère;
- d) Lei de Ohm;
- e) Primeira Lei de Kepler.

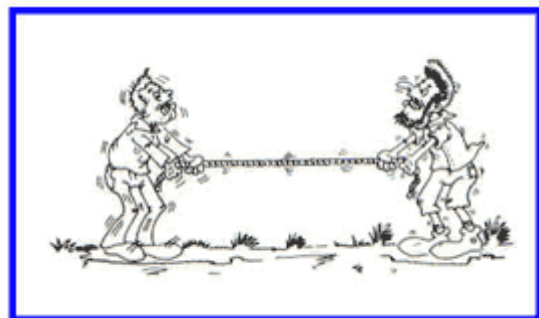
RESPOSTA: A

05. (ITA) As leis da Mecânica Newtoniana são formuladas em relação a um princípio fundamental, denominado:

- a) Princípio da Inércia;
- b) Princípio da Conservação da Energia Mecânica;
- c) Princípio da Conservação da Quantidade de Movimento;
- d) Princípio da Conservação do Momento Angular;
- e) Princípio da Relatividade: "Todos os referenciais inerciais são equivalentes, para a formulação da Mecânica Newtoniana".

RESPOSTA: E

06. Consideremos uma corda elástica, cuja constante vale 10 N/cm. As deformações da corda são elásticas até uma força de tração de intensidade 300N e o máximo esforço que ela pode suportar, sem romper-se, é de 500N. Se amarramos um dos extremos da corda em uma árvore e puxarmos o outro extremo com uma força de intensidade 300N, a deformação será de 30cm. Se substituirmos a árvore por um segundo indivíduo que puxe a corda também com uma força de intensidade 300N, podemos afirmar que:



- a) a força de tração será nula;
- b) a força de tração terá intensidade 300N e a deformação será a mesma do caso da árvore;
- c) a força de tração terá intensidade 600N e a deformação será o dobro do caso da árvore;
- d) a corda se romperá, pois a intensidade de tração será maior que 500N;
- e) n.d.a.

RESPOSTA: B

07. (FATEC) Uma bola de massa 0,40kg é lançada contra uma parede. Ao atingi-la, a bola está se movendo horizontalmente para a direita com velocidade escalar de -15m/s, sendo rebatida horizontalmente para a esquerda com velocidade escalar de 10m/s. Se o tempo de colisão é de  $5,0 \cdot 10^{-3}$ s, a força média sobre a bola tem intensidade em newtons:

- a) 20
- b)  $1,0 \times 10^2$
- c)  $2,0 \times 10^2$
- d)  $1,0 \times 10^2$
- e)  $2,0 \times 10^3$

RESPOSTA: E

08. (FUND. CARLOS CHAGAS) Uma folha de papel está sobre a mesa do professor. Sobre ela está um apagador. Dando-se, com violência, um puxão horizontal na folha de papel, esta se movimenta e o apagador fica sobre a mesa. Uma explicação aceitável para a ocorrência é:

- a) nenhuma força atuou sobre o apagador;
- b) a resistência do ar impediu o movimento do apagador;
- c) a força de atrito entre o apagador e o papel só atua em movimentos lentos;
- d) a força de atrito entre o papel e a mesa é muito intensa;
- e) a força de atrito entre o apagador e o papel provoca, no apagador, uma aceleração muito inferior à da folha de papel.

RESPOSTA: E

09. Um ônibus percorre um trecho de estrada retilínea horizontal com aceleração constante. no interior do ônibus há uma pedra suspensa por um fio ideal preso ao teto. Um passageiro observa esse fio e verifica que ele não está mais na vertical. Com relação a este fato podemos afirmar que:

- a) O peso é a única força que age sobre a pedra.
- b) Se a massa da pedra fosse maior, a inclinação do fio seria menor.
- c) Pela inclinação do fio podemos determinar a velocidade do ônibus.
- d) Se a velocidade do ônibus fosse constante, o fio estaria na vertical.
- e) A força transmitida pelo fio ao teto é menor que o peso do corpo.

RESPOSTA: D

10. (UFPE) Um elevador partindo do repouso tem a seguinte seqüência de movimentos:

- 1) De 0 a  $t_1$ , desce com movimento uniformemente acelerado.
- 2) De  $t_1$  a  $t_2$  desce com movimento uniforme.

3) De  $t_2$  a  $t_3$  desce com movimento uniformemente retardado até parar.

Um homem, dentro do elevador, está sobre uma balança calibrada em newtons.

O peso do homem tem intensidade  $P$  e a indicação da balança, nos três intervalos citados, assume os valores  $F_1$ ,  $F_2$  e  $F_3$  respectivamente:

Assinale a opção correta:

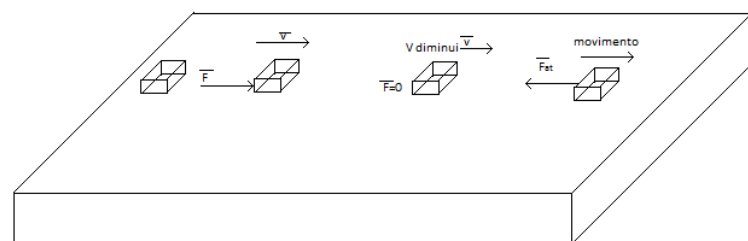
- a)  $F_1 = F_2 = F_3 = P$
- b)  $F_1 < P$ ;  $F_2 = P$ ;  $F_3 < P$
- c)  $F_1 < P$ ;  $F_2 = P$ ;  $F_3 > P$
- d)  $F_1 > P$ ;  $F_2 = P$ ;  $F_3 < P$ ;
- e)  $F_1 > P$ ;  $F_2 = P$ ;  $F_3 > P$

RESPOSTA: C

## FORÇAS DE ATRITO

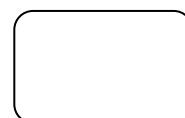
No capítulo anterior discutimos as leis de Newton, da dinâmica, aplicados a corpos em situações ideais – as superfícies em contato eram isentas de atrito e desprezávamos a resistência do ar. Agora para que possamos compreender melhor estas leis, será necessária uma discussão mais profunda das forças.

Consideremos um bloco apoiado sobre uma mesa. Pela aplicação de uma força, ele atinge após certo tempo uma velocidade  $v$ . Quando cessa a força, a velocidade diminui até o livro parar. Interpretamos esse fato considerado uma força de resistência oposta ao movimento, chamada de FORÇA DE ATRITO



A força de atrito é dividida as rugosidades das superfícies em contato e as forças de adesão entre as moléculas das duas superfícies. As rugosidades se interpenetram e as forças de adesão entre os pontos de contato formam microssoldas, dificultando o movimento de um corpo em relação a outro.

Quando há movimento, a experiência mostra que a intensidade da força de atrito, dentro de uma boa aproximação, é proporcional a intensidade da força normal

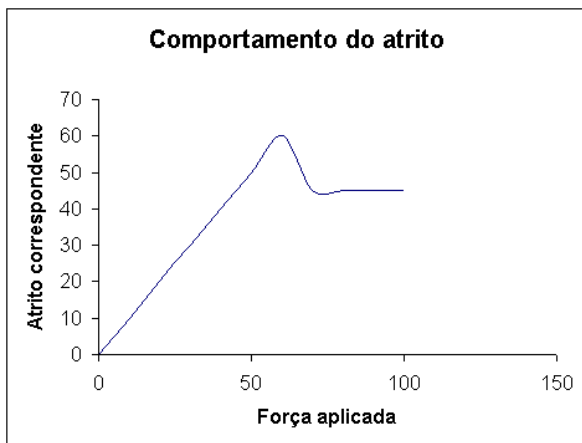


$$f_{at} = \mu \cdot F_n$$

$\mu$  é o coeficiente de atrito, não possuindo unidade

O coeficiente de atrito depende exclusivamente da natureza dos sólidos em contato

$F_n$  é a força normal



## EXERCÍCIOS

**01.** (FUND. CARLOS CHAGAS) Um bloco de madeira pesa  $2,0 \cdot 10^3 \text{N}$ . Para deslocá-lo sobre uma mesa horizontal, com velocidade constante, é necessário aplicar uma força horizontal de intensidade  $1,0 \cdot 10^2 \text{N}$ . O coeficiente de atrito dinâmico entre o bloco e a mesa vale:

- a)  $5,0 \cdot 10^{-2}$
- b)  $1,0 \cdot 10^{-1}$
- c)  $2,0 \cdot 10^{-3}$
- d)  $2,5 \cdot 10^{-1}$
- e)  $5,0 \cdot 10^{-1}$

**RESPOSTA: A**

**02.** (UNIFOR) Um bloco de massa 20 kg é puxado horizontalmente por um barbante. O coeficiente de atrito entre o bloco e o plano horizontal de apoio é 0,25. Adota-se  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Sabendo que

o bloco tem aceleração de módulo igual a  $2,0 \text{ m/s}^2$ , concluímos que a força de atração no barbante tem intensidade igual a:

- a) 40N
- b) 50N
- c) 60N
- d) 70N
- e) 90N

**RESPOSTA: E**

**03.** (UFV) Uma corda de massa desprezível pode suportar uma força tensora máxima de 200N sem se romper.

Um garoto puxa, por meio desta corda esticada horizontalmente, uma caixa de 500N de peso ao longo de piso horizontal. Sabendo que o coeficiente de atrito cinético entre a caixa e o piso é 0,20 e, além disso, considerando a aceleração da gravidade igual a  $10 \text{ m/s}^2$ , determine:

- a) a massa da caixa;
- b) a intensidade da força de atrito cinético entre a caixa e o piso;
- c) a máxima aceleração que se pode imprimir à caixa.

**RESOLUÇÃO: a) 50kg  
b) 100N  
c)  $2,0 \text{ m/s}^2$**

**04.** (UNICAMP) Um caminhão transporta um bloco de ferro de 3,0t, trafegando horizontalmente e em linha reta, com velocidade constante. O motorista vê o sinal (semáforo) ficar vermelho e aciona os freios, aplicando uma desaceleração constante de valor  $3,0 \text{ m/s}^2$ . O bloco não escorrega. O coeficiente de atrito estático entre o bloco e a carroceria é 0,40. Adote  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

- a) Qual a intensidade da força de atrito que a carroceria aplica sobre o bloco, durante a desaceleração?
- b) Qual é a máxima desaceleração que o caminhão pode ter para o bloco não escorregar?

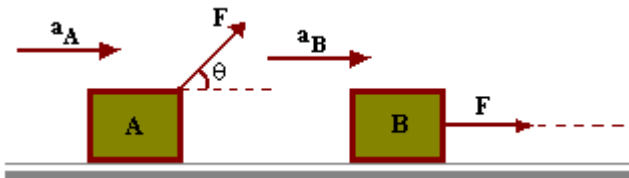
**RESOLUÇÃO: a) 9,0 kN  
b)  $4,0 \text{ m/s}^2$**

**05.** No asfalto seco de nossas estradas o coeficiente de atrito estático entre o chão e os pneus novos de um carro vale 0,80. Considere um carro com tração apenas nas rodas dianteiras. Para este carro em movimento, em uma estrada plana e horizontal, 60% do peso total (carro + passageiros) está distribuído nas rodas dianteiras. Sendo  $g = 10\text{m/s}^2$  e não considerando o efeito do ar, a máxima aceleração que a força de atrito pode proporcionar ao carro é de:

- a)  $10\text{ m/s}^2$
- b)  $8,0\text{ m/s}^2$
- c)  $6,0\text{ m/s}^2$
- d)  $4,8\text{ m/s}^2$
- e)  $0,48\text{ m/s}^2$

**RESPOSTA: D**

**06.** Nos dois esquemas da figura temos dois blocos idênticos A e B sobre um plano horizontal com atrito. O coeficiente de atrito entre os blocos e o plano de apoio vale 0,50. As dois blocos são aplicados forças constantes, de mesma intensidade  $F$ , com as inclinações indicadas, onde  $\cos \alpha = 0,60$  e  $\sin \alpha = 0,80$ . Não se considera efeito do ar.

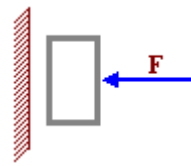


Os dois blocos vão ser acelerados ao longo do plano e os módulos de suas acelerações são  $a_A$  e  $a_B$ . Assinale a opção correta:

- a)  $a_A = a_B$ ;
- b)  $a_A > a_B$ ;
- c)  $a_A < a_B$ ;
- d) não podemos comparar  $a_A$  e  $a_B$  porque não conhecemos o valor de  $F$ ;
- e) não podemos comparar  $a_A$  e  $a_B$  porque não conhecemos os pesos dos blocos.

**RESPOSTA: A**

**07.** (UESPI) O coeficiente de atrito estático entre o bloco e a parede vertical, mostrados na figura abaixo, é 0,25. O bloco pesa 100N. O menor valor da força  $F$  para que o bloco permaneça em repouso é:



- a) 200N
- b) 300N
- c) 350N
- d) 400N
- e) 550N

**RESPOSTA: A**

**08.** (AMAN) Um bloco de 1,0kg está sobre outro de 4,0kg que repousa sobre uma mesa lisa. Os coeficientes de atrito estático e cinemático entre os blocos valem 0,60 e 0,40. A força  $F$  aplicada ao bloco de 4,0kg é de 25N e a aceleração da gravidade no local é aproximadamente igual a  $10\text{ m/s}^2$ . A aceleração da gravidade é aproximadamente igual a  $10\text{ m/s}^2$ . A força de atrito que atua sobre o bloco de 4,0kg tem intensidade de:



- a) 5,0N
- b) 4,0N
- c) 3,0N
- d) 2,0N
- e) 1,0N

**RESPOSTA: C**

**09.** (VUNESP) Um trator se desloca em uma estrada, da esquerda para a direita, com movimento acelerado. O sentido das forças de atrito que a estrada faz sobre as rodas do carro é indicado na figura a seguir:



É correto afirmar que:

- a) o trator tem tração nas quatro rodas;
- b) o trator tem tração traseira;
- c) o trator tem tração dianteira
- d) o trator está com o motor desligado;
- e) a situação apresentada é impossível de acontecer.

**RESPOSTA: C**

10.

Existem na natureza apenas quatro tipos de forças citadas a seguir em ordem decrescente de intensidade:

1. **Força nuclear forte:** atua em escala nuclear, tendo, portanto, um alcance extremamente pequeno. É esse tipo de força que mantém os quarks unidos para formarem os prótons e nêutrons e mantém os prótons e nêutrons no núcleo de um átomo.
2. **Força eletromagnética:** é a força que existe entre partículas dotadas de carga elétrica; pode ser atrativa ou repulsiva.
3. **Força nuclear fraca:** atua em escala nuclear com alcance ainda menor que o da força nuclear forte; é responsável pelo processo de emissão radioativa.
4. **Força gravitacional:** é a força atrativa que existe entre partículas dotadas de massa.

Baseado no [texto](#), responda: o que é força de atrito?

- a) é de natureza diferente das quatro forças citadas;
- b) é de natureza gravitacional;
- c) é de natureza eletromagnética;
- d) é de natureza nuclear forte;
- e) é de natureza nuclear fraca.

**RESPOSTA: C**

#### EXERCÍCIOS DE PLANO INCLINADO

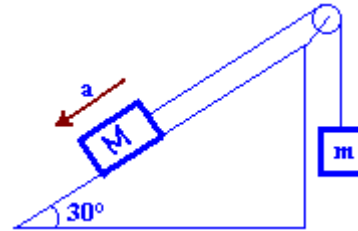
01. Um bloco é colocado, em repouso, em um plano inclinado de  $\alpha$  em relação ao plano horizontal. Sejam  $k_1$  e  $k_2$  respectivamente os coeficientes de atrito estático e dinâmico entre o bloco e o plano de apoio. Sendo  $g$  o módulo da aceleração da gravidade, pede-se:

- a) Qual a condição para que o bloco desça o plano?

- b) Calcule o módulo da aceleração, supondo que o bloco desce o plano.

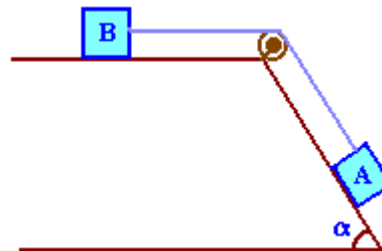
**RESOLUÇÃO:** a)  $tg \alpha > k_1$   
b)  $a = g (\sin \alpha - k_2 \cos \alpha)$

02. (UFPE) No plano inclinado da figura abaixo, o bloco de massa  $M$  desce com aceleração dirigida para baixo e de módulo igual a  $2,0m/s^2$ , puxando o bloco de massa  $m$ . Sabendo que não há atrito de qualquer espécie, qual é o valor da razão  $M/m$ ? Considere  $g = 10m/s^2$ .



**RESOLUÇÃO: 4,0**

03. No esquema da figura os fios e a polia são ideais e não se consideram resistência e o empuxo do ar. O sistema é abandonado do repouso. Os blocos A e B têm massa de  $2,0kg$ . O módulo de aceleração de gravidade vale  $10m/s^2$  e  $\alpha = 30^\circ$ .

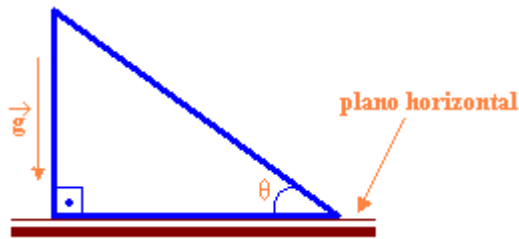


Supondo a inexistência de atrito, determine:

- a) o módulo da aceleração do sistema;
- b) a intensidade da força que traciona a corda.

**RESOLUÇÃO:** a)  $2,5 m/s^2$   
b)  $5,0N$

04. Considere um plano inclinado que forma ângulo  $\alpha$  com o plano horizontal.

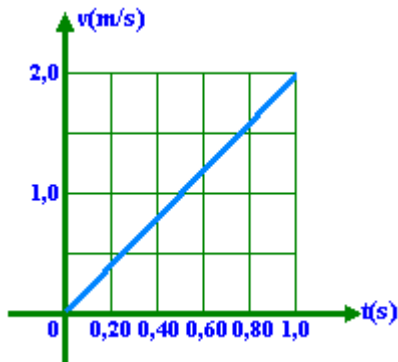


Sendo  $\sin \alpha = 0,60$ ,  $\cos \alpha = 0,80$  e  $g = 10\text{m/s}^2$ , calcule:

- a intensidade da aceleração de um corpo que escorra livremente neste plano, sem atrito;
- o coeficiente de atrito dinâmico entre um corpo e o plano, para que o corpo lançado para baixo desça o plano com velocidade constante.

**RESOLUÇÃO:** a)  $6\text{ m/s}^2$   
b)  $0,75$

**05.** (CESGRANRIO) Um corpo de massa  $m = 0,20\text{kg}$  desce um plano inclinado de  $30^\circ$  em relação à horizontal. O gráfico apresentado mostra como varia a velocidade escalar do corpo com o tempo.

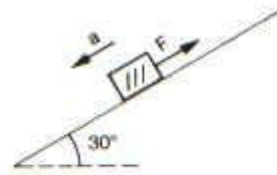


- determine o módulo da aceleração do corpo;
- calcule a intensidade da força de atrito do corpo com o plano. Dados:  $g = 10\text{m/s}^2$ ,  $\sin 30^\circ = 0,50$ ,  $\cos 30^\circ = 0,87$ .

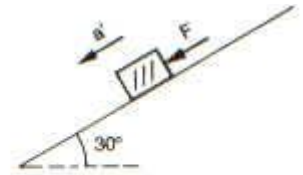
**RESOLUÇÃO:** a)  $2\text{ m/s}^2$   
b)  $0,60\text{N}$

**06.** (VUNESP) Um bloco de massa  $5,0\text{kg}$  está apoiado sobre um plano inclinado de  $30^\circ$  em relação a um plano horizontal. Se uma força constante, de intensidade  $F$ , paralela ao plano inclinado e dirigida para cima, é aplicada ao bloco, este adquire uma aceleração para baixo e sua velocidade escalar é dada por  $v = 2,0t$  (SI), (fig.1). Se uma força constante, de mesma intensidade

$F$ , paralela ao plano inclinado e dirigida para baixo for aplicada ao bloco, este adquire uma aceleração para baixo e sua velocidade escalar é dada por  $v' = 3,0t$  (SI), (fig. 2).



(fig. 1)

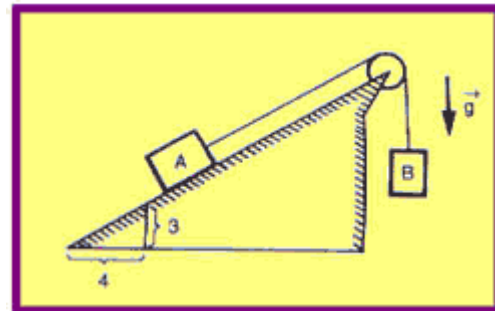


(fig. 2)

- Calcule  $F$ , adotando  $g = 10\text{m/s}^2$ .
- Calcule o coeficiente de atrito de deslizamento entre o corpo e o plano inclinado.

**RESOLUÇÃO:** a)  $2,5\text{N}$   
b)  $\frac{\sqrt{3}}{6}$

**07.** (VUNESP) No plano inclinado da figura abaixo, o coeficiente de atrito entre o bloco A e o plano vale  $0,20$ . A roldana é isenta de atrito e despreza-se o efeito do ar.

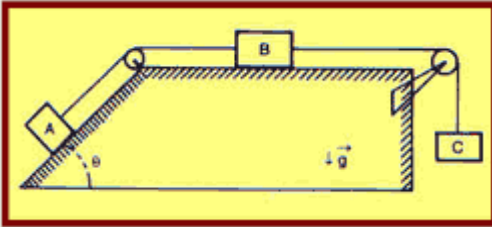


Os blocos A e B têm massas iguais a  $m$  cada um e a aceleração local da gravidade tem intensidade igual a  $g$ . A intensidade da força tensora na corda, suposta ideal, vale:

- $0,875\text{ mg}$
- $\text{mg}$
- $0,96\text{ mg}$
- $0,76\text{ mg}$
- $0,88\text{ mg}$

**RESPOSTA: E**

**08.** Considere a figura abaixo:



As massas de A, B e C são, respectivamente, iguais a 15kg, 20kg e 5,0kg. Desprezando os atritos, a aceleração do conjunto, quando abandonado a si próprio, tem intensidade igual a: Dados:  $g = 10 \text{ m/s}^2$   $\sin \theta = 0,80$   $\cos \theta = 0,60$

- $0,25 \text{ m/s}^2$
- $1,75 \text{ m/s}^2$
- $2,50 \text{ m/s}^2$
- $4,25 \text{ m/s}^2$
- $5,0 \text{ m/s}^2$

**RESPOSTA: B**

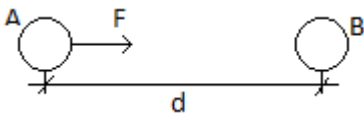
## CAPÍTULO 7: TRABALHO

Em nossas frases cotidianas, geralmente envolvemos as frases envolvendo o termo **trabalho**, que na física também é empregado, porém com um significado diferente e muito mais preciso.

Inicialmente analisaremos o trabalho de uma força constante em dois casos particulares, paralelas e não paralelas ao deslocamento.

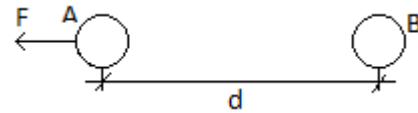
### TRABALHO DE UMA FORÇA CONSTANTE E PARALELA AO DESLOCAMENTO

Seja  $\vec{F}$  uma força constante, paralela e de mesmo sentido que o deslocamento  $\vec{AB}$  que o corpo efetua devido à ação do conjunto de forças que nele atuam. Se  $d$  é o módulo do deslocamento  $\vec{AB}$  e  $F$  a intensidade da força, definiremos a letra grega tau  $\tau$  para designar o trabalho da força  $F$ .



$$\tau = F \cdot d$$

Se a força constante  $\vec{F}$  for paralela e de sentido contrário ao deslocamento  $\vec{AB}$ , o trabalho será da seguinte forma



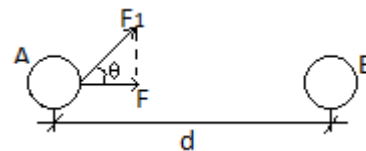
$$\tau = -F \cdot d$$

Quando o trabalho exercido pela força favorece o deslocamento, seu trabalho é positivo sendo denominado por **trabalho motor**. Quando a força se opõe ao deslocamento, seu trabalho é negativo, sendo designado como **trabalho resistente**.

### TRABALHO DE UMA FORÇA CONSTANTE NÃO PARALELA AO DESLOCAMENTO

Estendendo o conceito para o caso de força não paralela ao deslocamento, temos uma força  $\vec{F}_1$  sob um ângulo  $\theta$ .

Assim temos:



Calculando o trabalho devido a força  $F_1$  temos

$$\tau = F_1 d$$

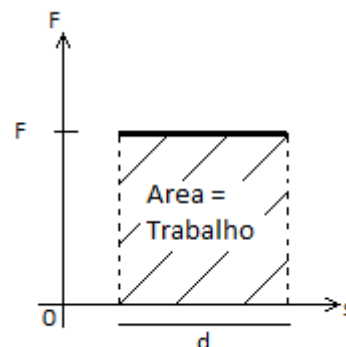
como  $F_1 = F \cos \theta$

Teremos:

$$\tau = F d \cos \theta$$

### TRABALHO DE UMA FORÇA QUALQUER

No caso de uma força constante  $F$  agindo sobre o corpo, paralela e de mesmo sentido que o deslocamento de módulo  $d$ , o trabalho pode ser calculado pela área abaixo da reta correspondente a força constante.



## TRABALHO DEVIDO A UMA FORÇA ELÁSTICA

$$|\tau| = \frac{kx^2}{2}$$

## POTENCIA

Em situações praticas é fundamental considerar a rapidez da realização de determinado trabalho. Uma maquina será tanto mais eficiente quanto menor o tempo de realização de determinado trabalho. Uma máquina será tanto mais eficiente quanto menos o tempo de realização do trabalho de sua força motora.

$$Pot = \frac{\tau}{\Delta t}$$

Ou

$$Pot = F \cdot v$$

**Unidade:** Watt (W) =  $\frac{\text{joule}}{\text{segundo}}$

## RENDIMENTO

$$\eta = \frac{Potencia\ util}{Potencia\ total} = \frac{P_{util}}{P_{total}}$$

## EXERCICIOS

**01.** (UFSE) Um corpo de massa  $m$  é colocado sobre um plano inclinado de ângulo  $q$  com a horizontal, num local onde a aceleração da gravidade tem módulo igual a  $g$ . Enquanto escorrega uma distância  $d$ , descendo ao longo do plano, o trabalho do peso do corpo é:

- $m g d \text{ sen} q$
- $m g d \text{ cos} q$
- $m g d$
- $-m g d \text{ sen} q$
- $-m g d \text{ cos} q$

**RESPOSTA: A**

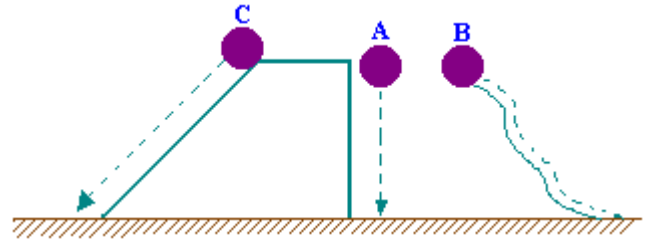
**02.** (FUVEST) Um objeto de 20kg desloca-se numa trajetória retilínea de acordo com a equação horária dos espaços  $s = 10 + 3,0t + 1,0t^2$ , onde  $s$  é medido em metros e  $t$  em segundos.

a) Qual a expressão da velocidade escalar do objeto no instante  $t$ ?

b) Calcule o trabalho realizado pela força resultante que atua sobre o objeto durante um deslocamento de 20m.

**RESOLUÇÃO:** a)  $v = 3,0 + 2,0t$  (SI)  
b)  $8,0 \cdot 10^2$  J

## 03. (UNIRIO)

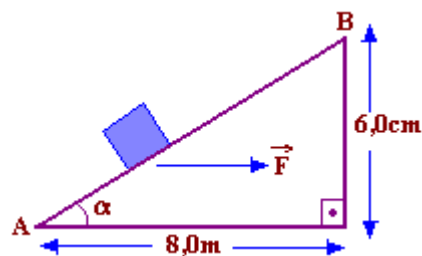


Três corpos idênticos de massa  $M$  deslocam-se entre dois níveis, como mostra a figura: A - caindo livremente; B - deslizando ao longo de um tobogã e C - descendo uma rampa, sendo, em todos os movimentos, desprezíveis as forças dissipativas. Com relação ao trabalho ( $W$ ) realizado pela força-peso dos corpos, pode-se afirmar que:

- $W_C > W_B > W_A$
- $W_C > W_B = W_A$
- $W_C = W_B > W_A$
- $W_C = W_B = W_A$
- $W_C < W_B > W_A$

**RESPOSTA: D**

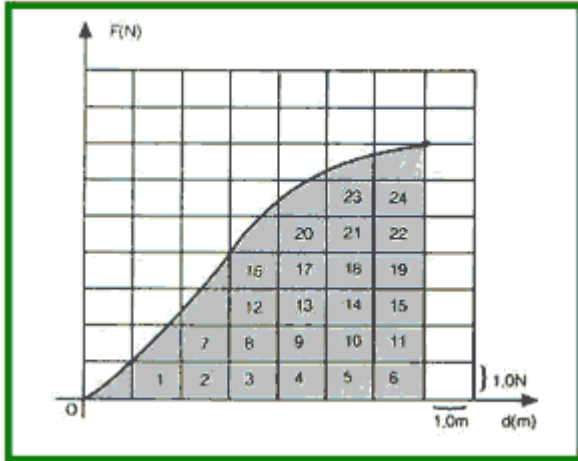
**04.** Um bloco de peso 5,0N, partindo do repouso na base do plano, sobe uma rampa, sem atrito, sob a ação de uma força horizontal constante e de intensidade 10N, conforme mostra a figura.



Qual a energia cinética do bloco, quando atinge o topo do plano?

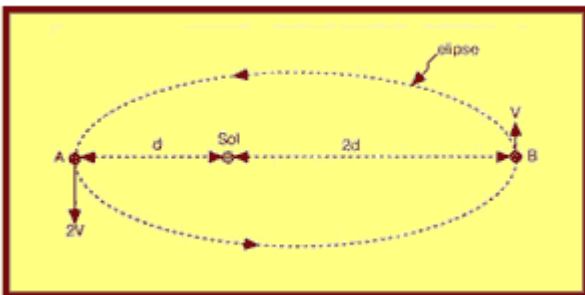
**RESOLUÇÃO: 50J**

05. O gráfico a seguir representa a intensidade da força resultante em ponto material, em trajetória retilínea, em função da distância por ela percorrida. Qual o valor aproximado do trabalho realizado pela força entre  $d_1 = 0$  e  $d_2 = 7,0\text{m}$ ?



**RESOLUÇÃO: 28J**

06. Considere um cometa em órbita elíptica em torno do Sol.



Quando o cometa passa pelo afélio (ponto B) sua velocidade linear de translação tem módulo  $V$  e sua energia cinética vale  $E$ .

Quando o cometa passa pelo periélio (ponto A) sua velocidade linear de translação tem módulo  $2V$ . No trajeto de B para A, o trabalho da força gravitacional que o Sol aplica no cometa vale:

- a) 0
- b)  $E$
- c)  $2E$
- d)  $3E$
- e)  $4E$

**RESPOSTA: D**

07. (ITA) Um projétil de massa  $m = 5,00\text{g}$  atinge perpendicularmente uma parede com velocidade do módulo  $V = 400\text{m/s}$  e penetra  $10,0\text{cm}$  na direção do movimento. (Considere constante a

desaceleração do projétil na parede e admita que a intensidade da força aplicada pela parede não depende de  $V$ ).

- a) Se  $V = 600\text{m/s}$  a penetração seria de  $15,0\text{cm}$ .
- b) Se  $V = 600\text{m/s}$  a penetração seria de  $225,0\text{cm}$ .
- c) Se  $V = 600\text{m/s}$  a penetração seria de  $22,5\text{cm}$ .
- d) Se  $V = 600\text{m/s}$  a penetração seria de  $150\text{cm}$ .
- e) A intensidade da força imposta pela parede à penetração da bala é  $2,00\text{N}$ .

**RESPOSTA: C**

08. (PUC) Um corpo de massa  $0,30\text{kg}$  está em repouso num local onde a aceleração gravitacional tem módulo igual a  $10\text{m/s}^2$ . A partir de um certo instante, uma força variável com a distância segundo a função  $F = 10 - 20d$ , onde  $F$  (N) e  $d$  (m), passa a atuar no corpo na direção vertical e sentido ascendente. Qual a energia cinética do corpo no instante em que a força  $F$  se anula? (Despreze todos os atritos)

- a)  $1,0\text{J}$
- b)  $1,5\text{J}$
- c)  $2,0\text{J}$
- d)  $2,5\text{J}$
- e)  $3,0\text{J}$

**RESPOSTA: A**

09. Um corpo de massa  $19\text{kg}$  está em movimento. Durante um certo intervalo de tempo, o módulo da sua velocidade passa de  $10\text{m/s}$  para  $40\text{m/s}$ . Qual o trabalho realizado pela força resultante sobre o corpo nesse intervalo de tempo?

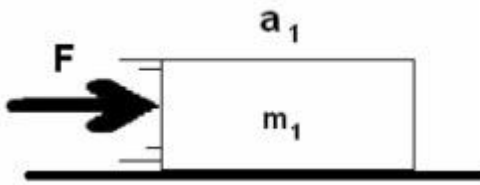
**RESOLUÇÃO: 14,25 kJ**

## CAPITULO 8: ENERGIA

Neste capítulo estudaremos alguns tipos mais comuns de energia das quais estudamos.

### **ENERGIA CINÉTICA**

Considere atuando num corpo as forças  $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \dots, \vec{F}_n$ , cuja resultante seja  $\vec{F}_R$ , é constante em intensidade, direção e sentido. Essa resultante garante um movimento uniformemente variado tal que:



$$V_B^2 = V_A^2 + 2ad$$

Da equação anterior temos que a aceleração:

$$a = \frac{V_B^2 - V_A^2}{2d}$$

Como:

$$F = m a$$

$$F = m \left( \frac{V_B^2 - V_A^2}{2d} \right)$$

Passando d para o primeiro membro:

$$Fd = m \left( \frac{V_B^2 - V_A^2}{2} \right)$$

Como sabemos que  $Fd = \tau$

$$\tau = m \left( \frac{V_B^2 - V_A^2}{2} \right)$$

$$\tau = \frac{mV_B^2}{2} - \frac{mV_A^2}{2}$$

Os termos que são apresentados no segundo membro  $\left(\frac{mV_B^2}{2} - \frac{mV_A^2}{2}\right)$  representam uma grandeza escalar chamada de **energia cinética**, que é uma energia associada ao estado de movimento de um corpo de massa m e velocidade v.

$$E_{cinetica} = \frac{mV^2}{2}$$

O termo  $\frac{mV_B^2}{2} - \frac{mV_A^2}{2}$  nos indica uma variação de energia nos pontos AB

Assim podemos concluir:

$$\tau = \Delta E_c$$

O enunciado acima é chamado por **teoria da energia cinética**, sendo valido para qualquer tipo de movimento.

Sendo que a sua variação **será medida pelo trabalho da resultante das forças.**

A energia cinética aumenta quando o trabalho resultante é motor, isso é a força resultante é favorável ao deslocamento, aumentando a velocidade.

A energia cinética diminui quando o trabalho da resultante é resistente, ou seja, a força resultante é oposta ao movimento, fazendo assim a velocidade diminuir.

## ENERGIA POTENCIAL

Anteriormente como já foi estudado nos calculamos o trabalho realizado por uma força elástica e também o trabalho devido à força peso

$$|\tau| = \frac{kx^2}{2}$$

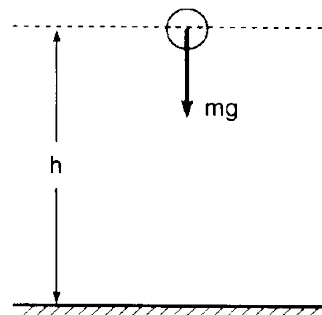
$$\tau = F \cdot d$$

Para o caso da força peso substituiremos F por P (peso) e d por h (altura)

$$\tau = Ph$$

Esses trabalhos independem da forma da trajetória e conduzem ao conceito de uma nova forma de energia.

## ENERGIA POTENCIAL GRAVITACIONAL



Conforme a figura acima, quando o corpo esta a uma determinada altura, ele possui energia potencial gravitacional.

Neste típico caso devemos apenas considerar a massa do corpo e a altura que ele esta suspenso.

Assim:

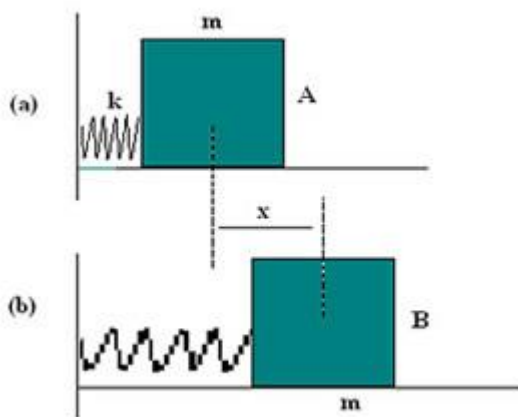
$$E_{P_{grav}} = Ph$$

$$E_{P_{grav}} = mgh$$

## ENERGIA POTENCIAL ELÁSTICA

Vamos considerar agora um sistema constituído por uma mola de massa desprezível e de constante elástica k e pelo bloco de massa m

Como já estudamos anteriormente, sabemos que quando aplicamos uma força, o bloco se desloca comprimindo ou distendendo a mola.



Assim que a mola inicia o processo de distensão ou compressão ela acumula uma determinada energia devido a sua constante elástica  $k$  e a distancia que ela esta do seu centro de estabilidade

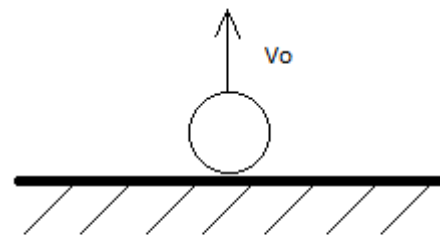
Assim

$$E_{P_{elast}} = \frac{kx^2}{2}$$

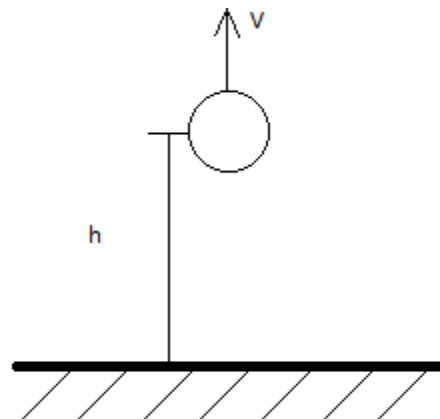
## CONSERVAÇÃO DA ENERGIA MECANICA

A energia pode-se transformar-se em energia potencial ou vice-versa, nos processos mecânicos.

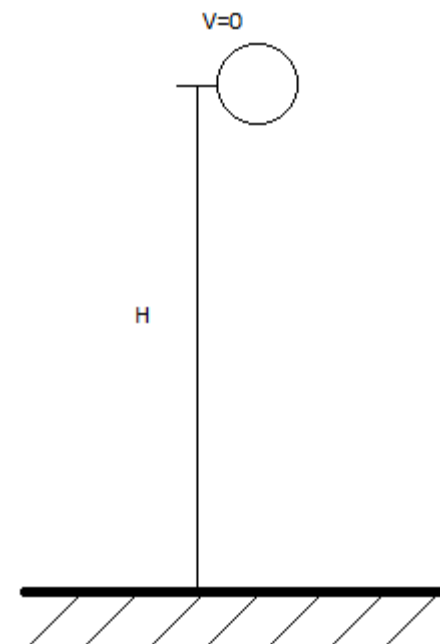
Um corpo atirado para cima com velocidade inicial  $V_0$  retorna a mesma posição com a mesma velocidade em sentido contrario. Se desprezarmos as forças dissipativas, a energia cinética inicialmente fornecida ao corpo é a mesma no final. Porem, no fenômeno descrito, essa energia se transforma. Quando o corpo sobe, diminui a sua velocidade e sua energia cinética; porem o corpo ganha altura e energia potencial. Na altura máxima tem somente energia potencial, pois sua velocidade é nula, no retorno perde energia potencial, pois perde altura, mas adquire energia cinética. No ponto final recupera sua energia cinética inicial



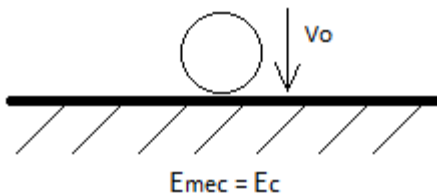
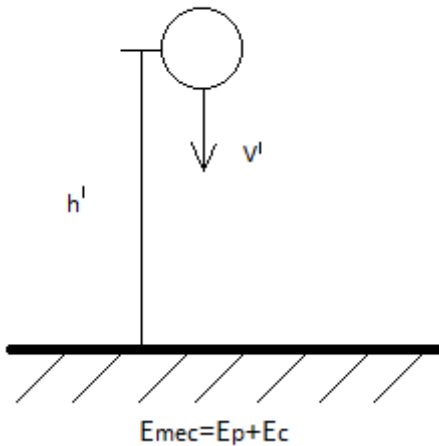
$$E_{mec} = E_c$$



$$E_{mec} = E_p + E_c$$



$$E_{mec} = E_p$$



A energia mecânica de um sistema se conserva quando este se movimenta sob ação de forças conservativas e eventualmente de outras forças que realizam trabalho nulo

$$E_{mec} = E_{pot} + E_{cin}$$

## EXERCÍCIOS

**01.** (UCSA) Uma partícula de massa constante tem o módulo de sua velocidade aumentado em 20%. O respectivo aumento de sua energia cinética será de:

- a) 10%
- b) 20%
- c) 40%
- d) 44%
- e) 56%

**RESPOSTA: D**

**02.** Um corpo de massa 3,0kg está posicionado 2,0m acima do solo horizontal e tem energia potencial gravitacional de 60J. A aceleração de gravidade no local tem módulo igual a  $10\text{m/s}^2$ . Quando esse corpo estiver

posicionado no solo, sua energia potencial gravitacional valerá:

- a) zero
- b) 20J
- c) 30J
- d) 60J
- e) 90J

**RESPOSTA: A**

**03.** Um corpo de massa  $m$  se desloca numa trajetória plana e circular. Num determinado instante  $t_1$ , sua velocidade escalar é  $v$ , e, em  $t_2$ , sua velocidade escalar é  $2v$ . A razão entre as energias cinéticas do corpo em  $t_2$  e  $t_1$ , respectivamente, é:

- a) 1
- b) 2
- c) 4
- d) 8
- e) 16

**RESPOSTA: C**

**04.** Considere uma partícula no interior de um campo de forças. Se o movimento da partícula for **espontâneo**, sua energia potencial sempre diminui e as forças de campo estarão realizando um **trabalho** motor (positivo), que consiste em transformar energia potencial em cinética. Dentre as alternativas a seguir, assinale aquela em que a energia potencial aumenta:

- a) um corpo caindo no campo de gravidade da Terra;
- b) um próton e um elétron se aproximando;
- c) dois elétrons se afastando;
- d) dois prótons se afastando;
- e) um próton e um elétron se afastando.

**RESPOSTA: E**

**06.** Um **atleta** de massa 80kg com 2,0m de altura, consegue ultrapassar um obstáculo horizontal a 6,0m do chão com salto de vara. Adote  $g = 10\text{m/s}^2$ . A variação de energia potencial gravitacional do **atleta**, neste salto, é um valor próximo de:

- a) 2,4kJ
- b) 3,2kJ
- c) 4,0kJ
- d) 4,8kJ
- e) 5,0kJ

**RESPOSTA: D**

**07.** (UNIFOR) Três esferas idênticas, de raios  $R$  e massas  $M$ , estão entre uma mesa horizontal. A aceleração local de gravidade tem módulo igual a  $g$ . As esferas são colocadas em um tubo vertical que também está sobre a mesa e que tem raio

praticamente igual ao raio das esferas. Seja  $E$  a energia potencial gravitacional total das três esferas sobre a mesa e  $E'$  a energia potencial gravitacional total das três esferas dentro do tubo. O módulo da diferença ( $E' - E$ ) é igual a:

- a) 4 MRg
- b) 5 MRg
- c) 6 MRg
- d) 7 MRg
- e) 8 MRg

**RESPOSTA: C**

**08.** (FUND. CARLOS CHAGAS) Uma mola elástica ideal, submetida a ação de uma força de intensidade  $F = 10\text{N}$ , está deformada de  $2,0\text{cm}$ . A energia elástica armazenada na mola é de:

- a) 0,10J
- b) 0,20J
- c) 0,50J
- d) 1,0J
- e) 2,0J

**RESPOSTA: A**

**09.** (FUVEST) Um ciclista desce uma ladeira, com forte vento contrário ao movimento. Pedalando vigorosamente, ele consegue manter a velocidade constante. Pode-se então afirmar que a sua:

- a) energia cinética está aumentando;
- b) energia cinética está diminuindo;
- c) energia potencial gravitacional está aumentando;
- d) energia potencial gravitacional está diminuindo;
- e) energia potencial gravitacional é constante.

**RESPOSTA: D**

**10.** Um corpo é lançado verticalmente para cima num local onde  $g = 10\text{m/s}^2$ . Devido ao atrito com o ar, o corpo dissipa, durante a subida, 25% de sua energia cinética inicial na forma de calor. Nestas condições, pode-se afirmar que, se a altura máxima por ele atingida é  $15\text{cm}$ , então a velocidade de lançamento, em **m/s**, foi:

- a) 1,0
- b) 2,0
- c) 3,0
- d) 4,0
- e) 5,0

**RESPOSTA: B**

## CAPÍTULO 9: IMPULSO E QUANTIDADE DE MOVIMENTO

Nos capítulos anteriores estudamos as relações entre força e deslocamento, agora iremos estudar as relações entre o produto da força pela variação de tempo que ela é aplicada.

Para esta relação será dada o nome de **impulso de uma força**, que é extremamente importante nos fenômenos físicos. A esta grandeza estará associado o **princípio da conservação da quantidade de movimento** que veremos mais adiante em nossos estudos.

### IMPULSO DE UMA FORÇA

Considere uma força  $\vec{F}$  atuando em ponto material durante um intervalo de tempo  $\Delta t = t_2 - t_1$ . O **impulso**  $\vec{I}$  dessa força constante neste intervalo de tempo é a grandeza vetorial dada por

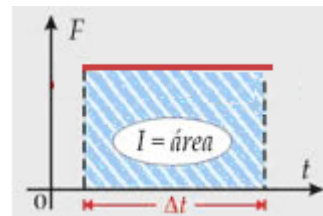
$$\vec{I} = \vec{F}\Delta t$$

Sendo uma grandeza vetorial, o impulso possui módulo, direção e sentido.

- Intensidade:  $|\vec{I}| = |\vec{F}|\Delta t$
- Direção: a mesma de  $\vec{F}$
- Sentido: mesmo sentido de  $\vec{F}$  pois  $\Delta t$  é sempre positivo
- SI:  $I = \text{N} \cdot \text{s}$  (Newton x segundo)

A partir de um gráfico da intensidade da força  $F$  atuante em função do tempo, é possível calcular o impulso devido a esta força

A área que a força cobre, é numericamente igual ao impulso devido a esta força, ou seja,



$$A = I$$

### QUANTIDADE DE MOVIMENTO

Considere um corpo de massa  $m$  com velocidade  $\vec{V}$  num determinado referencial. A **quantidade de movimento, ou momento linear**, desse corpo é a grandeza vetorial dada por

$$\vec{Q} = m\vec{V}$$

Sendo uma grandeza vetorial, a **quantidade de movimento** possui intensidade, direção e sentido

- Intensidade:  $Q = mV$
- Direção: a mesma de  $\vec{V}$
- Sentido: o mesmo de  $\vec{V}$
- SI: Kg. m/s (quilograma x metro por segundo)

- Não atuam forças externas, podendo, no entanto haver forças internas entre os corpos
- Existem ações externas, mas sua resultante é nula
- Existem ações externas, mas tão pouco (quando comparadas as ações internas) que podem ser desconsideradas

## TEOREMA DO IMPULSO

Considere um corpo de massa  $m$  submetido a um conjunto de forças cuja resultante é  $\vec{F}_R$ , suposta constante e de mesma direção da velocidade. Pelo princípio fundamental da dinâmica:

$$\vec{F}_R = m\vec{a} \quad \text{e} \quad \vec{a} = \frac{\Delta\vec{V}}{\Delta t}$$

$$\vec{F}_R = m \frac{\Delta\vec{V}}{\Delta t} \rightarrow \vec{F}_R \Delta t = m \Delta\vec{V} = m(\vec{V}_2 - \vec{V}_1)$$

Portanto

$$\vec{F}_R \Delta t = m\vec{V}_2 - m\vec{V}_1$$

Mas como

$$\vec{F}_R \Delta t = \vec{I}$$

$$m\vec{V}_2 = \vec{Q}_2$$

$$m\vec{V}_1 = \vec{Q}_1$$

Assim podemos concluir que:

$$\vec{I} = \vec{Q}_2 - \vec{Q}_1 = \Delta\vec{Q}$$

O impulso da força resultante num intervalo de tempo é igual a variação da quantidade de movimento do corpo no mesmo intervalo de tempo.

O enunciado acima é válido para qualquer tipo de movimento

Este teorema induz conceitos de impulso e quantidade de movimento, além de estabelecer um critério para a medida da quantidade de movimento e sua variação.

## CONSERVAÇÃO DA QUANTIDADE DE MOVIMENTO

Consideremos um sistema de corpos isolado de forças externas. Por sistema isolado de forças externas podemos entender:

Matematicamente:

$$\vec{I}_R = \vec{Q}_2 - \vec{Q}_1$$

$$\vec{F}_R = 0 \rightarrow \vec{I}_R = 0$$

$$\vec{Q}_2 - \vec{Q}_1 = 0$$

$$\vec{Q}_2 = \vec{Q}_1$$

Como os instantes  $t_1$  e  $t_2$  são quaisquer, decorre que a quantidade de movimento permanece constante. Assim, podemos enunciar o princípio da quantidade de movimento:

A quantidade de movimento de um sistema de corpos isolados de forças externas é constante.

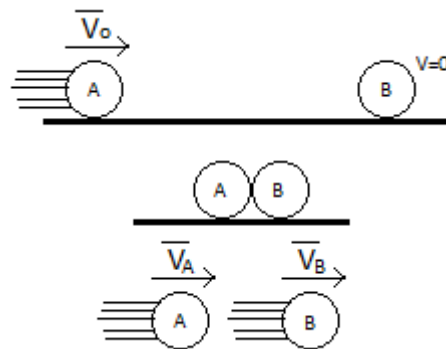
## CHOQUES OU COLISÕES

Uma colisão entre dois corpos que se movem numa mesma reta, antes e depois da colisão, é chamada de choque frontal ou unidimensional.

### CHOQUE PERFEITAMENTE ELÁSTICO

Considere, então, numa colisão frontal de um corpo A com um corpo B, na qual os corpos não sofram deformações permanentes

Durante um intervalo de tempo muito curto, A e B sofrem deformações elásticas, havendo transformação de energia cinética inicial de A em energia potencial elástica dos corpos deformados. Quase que instantaneamente os corpos restituem sua forma inicial, com a retransformação da energia potencial elástica em energia cinética. Do ponto de vista ideal admitimos que não há dissipação de energia



Instantes antes da colisão

$$Q_A = m_A V_0 \text{ e } E_{CA} = \frac{m_A V_0^2}{2}$$

Depois da colisão

$$Q_D = m_A V_A + m_B V_B$$

e

$$E_{CD} = \frac{m_A V_A^2}{2} + \frac{m_B V_B^2}{2}$$

Utilizando a conservação da quantidade de movimento:

$$Q_A = Q_D$$

$$m_A V_0 = m_A V_A + m_B V_B$$

Fazendo o mesmo processo para a energia cinética

$$E_{CA} = E_{CD}$$

$$\frac{m_A V_0^2}{2} = \frac{m_A V_A^2}{2} + \frac{m_B V_B^2}{2}$$

Simplificando o primeiro membro com o segundo membro

$$m_A V_0^2 = m_A V_A^2 + m_B V_B^2$$

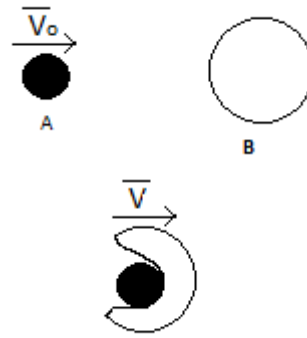
### CHOQUE PERFEITAMENTE INELÁSTICO

Neste tipo de contato os corpos permanecem unidos após o contato.

Imaginemos duas esferas uma sendo constituída de gelo e outra de massinha de modelar (essas utilizadas em escolas infantis).

Quando elas entram em contato uma se aloja dentro da outra (a de gelo se aloja dentro da bolinha de massa de modelar). Devido a baixa resistência imposta pelo corpo menos denso. Há uma **total dissipação de energia** e conseqüentemente uma elevação da temperatura dos corpos.

Neste tipo de choque, ainda se conserva a quantidade de movimento, pois as forças que aparecem, são internas, mas **não se conserva a energia cinética. A energia cinética final é menor que a inicial.**



Antes da colisão

$$Q_A = m_A V_0 \text{ e } E_{CA} = \frac{m_A V_0^2}{2}$$

Depois da colisão

$$Q_D = (m_A + m_B) V$$

$$E_{CA} = \frac{(m_A + m_B) V^2}{2}$$

Utilizando o método da conservação do momento:

$$Q_A = Q_D$$

$$m_A V_0 = (m_A + m_B) V$$

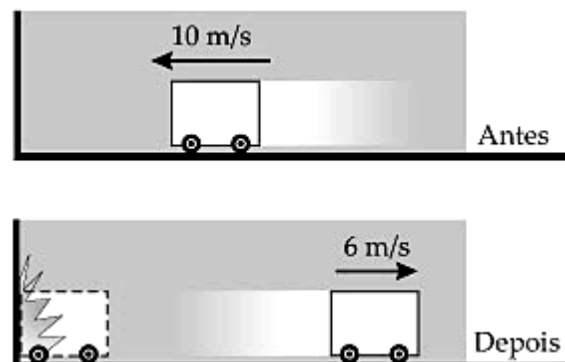
Analisando a dissipação da energia

$$E_{CA} > E_{CD}$$

Se no choque acima citado, não conhecermos a energia dissipada só teremos a conservação do momento para analisarmos.

### CHOQUE PARCIALMENTE ELÁSTICO

Nesse choque também há conservação da quantidade de movimento e perda de energia cinética, mas os corpos se separam após o choque, ao contrário do que acontece no choque perfeitamente inelástico.



## COEFICIENTE DE RESTITUIÇÃO

Para medir-se a variação da energia cinética eventualmente ocorrida num choque, é comum recordar-se a uma grandeza adimensional chamada **coeficiente de restituição** ( $e$ ), que corresponde à razão entre a velocidade relativa de afastamento dos corpos depois do choque e a velocidade relativa de aproximação depois do choque.

$$e = \frac{\text{velocidade relativa de afastamento(depois)}}{\text{velocidade relativa de aproximação (antes)}}$$

No choque perfeitamente elástico, como há a conservação de energia cinética, a velocidade relativa de aproximação tem módulo igual ao da velocidade relativa de afastamento, portanto nesse choque  $e = 1$

No choque perfeitamente inelástico, os corpos prosseguem juntos, pois há alojamento de um corpo em outro e conseqüentemente é nula a velocidade relativa de afastamento, portanto, para este tipo de choque  $e = 0$

Entre essas situações extremas, há o choque parcialmente elástico, em que há perda de energia cinética, mas a velocidade relativa de afastamento não é nula. Nesse tipo de choque, o coeficiente de restituição tem um valor intermediário entre 0 e 1, isto é,  $0 < e < 1$

TIPOS DE CHOQUE	COEF. DE RESTITUIÇÃO	ENERGIA MECÂNICA
<i>Perfeitamente elástico</i>	$e = 1$	<i>Conservada</i>
<i>Parcialmente elástico</i>	$0 < e < 1$	<i>Não conservada</i>
<i>Perfeitamente inelástico</i>	$e = 0$	<i>Perda máxima</i>

**01.** (OSEC) A respeito da quantidade de movimento e da energia cinética de um corpo de massa constante assinale a opção correta:

- a) Num movimento circular e uniforme, somente a quantidade de movimento é constante;
- b) Toda vez que a energia cinética de um móvel for constante, sua quantidade de movimento também será;
- c) Dois corpos iguais que se cruzam a 80km/h, cada um, têm a mesma quantidade de movimento e energia cinética;
- d) No movimento circular e uniforme, a quantidade de movimentos e a energia cinética são ambas constantes;

e) A quantidade de movimento de um móvel, de massa constante, somente será constante (não nula) para movimentos retilíneos e uniformes.

**RESPOSTA: E**

**02.** (VUNESP) Um objeto de massa 0,50kg está se deslocando ao longo de uma trajetória retilínea com aceleração escalar constante igual a  $0,30\text{m/s}^2$ . Se partiu do repouso, o módulo da sua quantidade de movimento, em  $\text{kg} \cdot \text{m/s}$ , ao fim de 8,0s, é:

- a) 0,80
- b) 1,2
- c) 1,6
- d) 2,0
- e) 2,4

**RESPOSTA: B**

**03.** Uma partícula de massa 3,0kg parte do repouso e descreve uma trajetória retilínea com aceleração escalar constante. Após um intervalo de tempo de 10s, a partícula se encontra a 40m de sua posição inicial. Nesse instante, o módulo de sua quantidade de movimento é igual a:

- a)  $24\text{kg} \cdot \text{m/s}$
- b)  $60\text{kg} \cdot \text{m/s}$
- c)  $6,0 \times 10^2\text{kg} \cdot \text{m/s}$
- d)  $1,2 \cdot 10^3\text{kg} \cdot \text{m/s}$
- e)  $4,0 \cdot 10^3\text{kg} \cdot \text{m/s}$

**RESPOSTA: A**

**04.** (FATEC) Uma pequena esfera de massa 0,10kg abandonada do repouso, em queda livre, atinge o solo horizontal com uma velocidade de módulo igual a 4,0m/s. Imediatamente após a colisão a esfera tem uma velocidade vertical de módulo 3,0 m/s. O módulo da variação da quantidade de movimento da esfera, na colisão com o solo, em  $\text{kg} \cdot \text{m/s}$ , é de:

- a) 0,30
- b) 0,40
- c) 0,70
- d) 1,25
- e) 3,40

**RESPOSTA: C**

**05.** (AFA) um avião está voando em linha reta com velocidade constante de módulo  $7,2 \cdot 10^2 \text{ km/h}$  quando colide com uma ave de massa  $3,0 \text{ kg}$  que estava parada no ar. A ave atingiu o vidro dianteiro (inquebrável) da cabine e ficou grudada no vidro. Se a colisão durou um intervalo de tempo de  $1,0 \cdot 10^{-3} \text{ s}$ , a força que o vidro trocou com o pássaro, suposta constante, teve intensidade de:

- a)  $6,0 \cdot 10^5 \text{ N}$
- b)  $1,2 \cdot 10^6 \text{ N}$
- c)  $2,2 \cdot 10^6 \text{ N}$
- d)  $4,3 \cdot 10^6 \text{ N}$
- e)  $6,0 \cdot 10^6 \text{ N}$

**RESPOSTA: A**

**06.** (ITA) Uma metralhadora dispara 200 balas por minuto. Cada bala tem massa de  $28 \text{ g}$  e uma velocidade escalar e  $60 \text{ m/s}$ . Neste caso a metralhadora ficará sujeita a uma força média, resultante dos tiros, de intensidade:

- a)  $0,14 \text{ N}$
- b)  $5,6 \text{ N}$
- c)  $55 \text{ N}$
- d)  $336 \text{ N}$
- e) diferente dos valores citados.

**RESPOSTA: B**

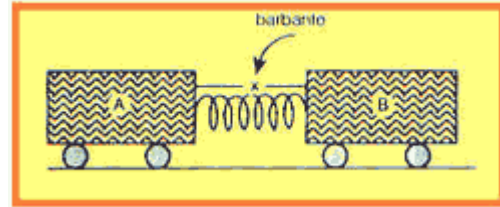
**07.** (FUND. CARLOS CHAGAS) Um corpo de massa  $2,0 \text{ kg}$  é lançado verticalmente para cima, com velocidade escalar inicial de  $20 \text{ m/s}$ . Despreze a resistência do ar e considere a aceleração da gravidade com módulo  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . O módulo do impulso exercido pela força-peso, desde o lançamento até atingir a altura máxima, em unidades do Sistema Internacional, vale:

- a) 10
- b) 20
- c) 30
- d) 40
- e) 50

**RESPOSTA: D**

**09.** (FUVEST) Um corpo A com massa  $M$  e um corpo B com massa  $3M$  estão em repouso sobre um plano horizontal sem atrito. Entre eles existe uma mola, de massa desprezível, que está comprimida por meio de barbante tensionado que mantém ligados os dois corpos. Num dado

instante, o barbante é cortado e a mola distende-se, empurrando as duas massas, que dela se separam e passam a se mover livremente. Designando-se por  $T$  a energia cinética, pode-se afirmar que:



- a)  $9T_A = T_B$
- b)  $3T_A = T_B$
- c)  $T_A = T_B$
- d)  $T_A = 3T_B$
- e)  $T_A = 9T_B$

**RESPOSTA: D**

**10.** (ESAL) Um objeto de massa  $5,0 \text{ kg}$  movimentando-se a uma velocidade de módulo  $10 \text{ m/s}$ , choca-se frontalmente com um segundo objeto de massa  $20 \text{ kg}$ , parado. O primeiro objeto, após o choque, recua uma velocidade de módulo igual a  $2,0 \text{ m/s}$ . Desprezando-se o atrito, a velocidade do segundo, após o choque tem módulo igual a:

- a)  $2,0 \text{ m/s}$
- b)  $3,0 \text{ m/s}$
- c)  $4,0 \text{ m/s}$
- d)  $6,0 \text{ m/s}$
- e)  $8,0 \text{ m/s}$

**RESPOSTA: B**

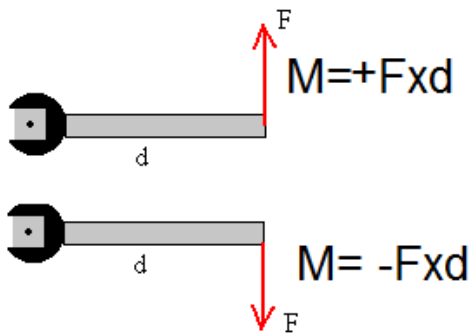
## **CAPÍTULO 10: EQUILÍBRIO DE CORPOS EXTENSOS**

O **momento** ou **torque** de uma força aplicada em um ponto, é o produto entre a força aplicada e a distancia entre um ponto fixo (eixo de rotação) ate a extremidade onde a força é aplicada.

$$M_o = \mp Fd$$

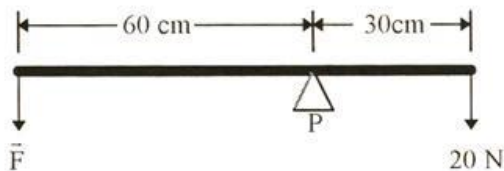
O sinal de  $\pm$  é referente ao sentido de rotação, Quando o corpo tendenciar a girar no **sentido horário** deverá ser utilizado o sinal de  $-$  na frente da equação.

Quando a rotação estiver no **sentido anti-horário**, o sinal de + deverá ser incluído no início da equação.



#### EXERCÍCIOS

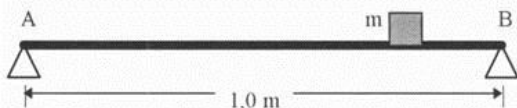
1. (UFRJ) A barra da figura é um corpo rígido de peso desprezível, apoiada no ponto P.



Qual o módulo da força  $\vec{F}$  que mantém a barra em equilíbrio mecânico na posição horizontal?

- (A) 10 N
- (B) 20 N
- (C) 30 N
- (D) 40 N
- (E) 60 N

6. (UFJF) Uma barra homogênea de massa 2,0 kg está apoiada nos seus extremos A e B, distanciados de 1,0 m. A 20 cm da extremidade B foi colocado um bloco de massa m igual 2,0 kg.



Considerando a aceleração da gravidade igual a  $10,0 \text{ m/s}^2$ , quais os módulos das forças que os apoios exercem sobre a barra em A e B, respectivamente ?

- (A) 1,0 N e 3,0 N
- (B) 2,0 N e 6,0 N
- (C) 8,0N e 32N
- (D) 10,0 N e 30,0 N
- (E) 14,0 N e 26,0 N

(UFBA) A figura mostra uma alavanca de 1,00m de comprimento, apoiada a 20cm da extremidade esquerda.



Considerando desprezível o peso da alavanca, qual o módulo da força  $\vec{F}$  que deve ser aplicada na extremidade direita para sustentar, em equilíbrio, um peso  $\vec{P}$  de 500 N colocado na outra extremidade?

- (A) 50N
- (B) 100N
- (C) 125N
- (D) 250N
- (E) 500N

#### BIBLIOGRAFIA:

- Os Fundamentos da Física 1 - Mecânica - 9ª Edição - FRANCISCO RAMALHO JÚNIOR, NICOLAU GILBERTO FERRARO, PAULO ANTÔNIO DE TOLEDO SOARES
- Física Para Cientistas e Engenheiros – Vol 1 – 1ª Ed. Ano 2009 - PAUL A. TIPLER E GENE MOSCA
- Curso de Física Básica – Vol 1 – 3ªEd NUSSENZVEIG, H. Moyses